

MODELO DE CRESCIMENTO SAZONAL EM ANIMAIS PROVENIENTES DE TESTES DE PROGÊNIE¹

PAULO SILVEIRA JÚNIOR², JOSÉ EDUARDO PITTA PINHEIRO³,
ÉLIO PAULO ZONTA⁴ e IARA MARIA GARCIA GONÇALVES³

RESUMO - A curva de desenvolvimento ponderal de bovinos Hereford e Charolês, provenientes de testes de progênie de bovinos de corte, efetuados pelo Instituto de Pesquisas Zootécnicas "Francisco Osório", da Secretaria da Agricultura do Estado do Rio Grande do Sul, foi ajustada pelo modelo Brody para a raiz cúbica do peso com um componente periódico adicional. As estimativas preliminares dos parâmetros, para dar início ao processo iterativo, foram obtidas através de um método que é, também, apresentado. Devido à heterogeneidade de variâncias dos pesos entre as pesagens, foi utilizada a transformação raiz cúbica, que, além de homogeneizar a variância, facilitou o tratamento teórico do modelo.

Termos para indexação: bovinos de corte, modelo Brody, componente periódico.

SEASONAL GROWTH MODEL FOR ANIMALS FROM PROGENY TESTS

ABSTRACT - The growth weight of bovines of the races Hereford and Charolais from progeny tests was studied. The model of Brody added of a periodic component was fitted to the cubic root of the weight. Data from progeny tests performed by the Instituto de Pesquisas Zootécnicas "Francisco Osório" of the Secretaria de Agricultura of the Estado do Rio Grande do Sul were used. The preliminary estimates of the parameters to start the iterative procedure were obtained by a specific method which is also presented. The square root transformation, adopted to attain the homogeneity of variance, facilitated the theoretical treatment of the model.

Index terms: bovines, Brody model, beef cattle.

INTRODUÇÃO

Um dos propósitos dos estudos de ajustamento de modelos de crescimento a dados de desenvolvimento ponderal de animais, é a explicação da tendência do crescimento para prover subsídio para programas de pesquisa animal. São decorrentes desses estudos propostas não só de aprimoramento como também de novos processos metodológicos. A literatura nessa área é bastante vasta. Algumas contribuições importantes no Brasil são sumarizadas a seguir.

Valentini (1970) ajustou o modelo Gompertz ao crescimento de frangos de corte, obtendo altos valores para o coeficiente de determinação.

Hoffmann & Thame (1970) ajustaram as funções Logística e de Gompertz a dados de crescimento de *Pinus caribaea*, conseguindo melhores resultados de ajustamento para o modelo Gompertz.

Mischán (1972) ajustou as funções Logística, Mitscherlich e Gompertz a dados de desenvolvimento ponderal de bovinos de diferentes raças, concluindo, com base nos critérios de maior coeficiente de determinação e menor variância dos desvios, que o modelo Gompertz se ajustou melhor que os demais.

Crócomo (1973) ajustou o modelo de Gompertz e a função quadrática a dados.

Cortarelli (1973), com dados de desenvolvimento ponderal de bovinos da raça Nelore, estu-

¹ Aceito para publicação em 8 de março de 1993.

² Eng.-Agr., M.Sc., Prof.-Titular, Dep. de Matemática, Estatística e Computação da UFPEL. Caixa Postal 354, CEP 96010-900 Pelotas, RS. Bolsista do CNPq.

³ Méd.-Vet., M.Sc., Fundação de Pesquisa Agropecuária, Secretaria da Agricultura, Porto Alegre, RS.

⁴ Eng.-Agr., M.Sc., Prof.-Adjunto, Dep. de Matemática, Estatística e Computação da UFPEL. Bolsista do CNPq.

dois, três e quatro modelos de crescimento: Brody, Von Bertalanffy, Logístico, e Gompertz.

Vieira (1975) ajustou os modelos Logístico e Gompertz a dados de desenvolvimento ponderal de bovinos da raça Holandesa, concluindo que o modelo Gompertz ajustou-se ligeiramente melhor que o Logístico, uma vez que aquele resultou em menor variância dos desvios.

Silveira Júnior (1976) e Silveira Júnior & Moraes (1978), com o propósito de apresentar a aplicação do método de linearização introduzido por Hartley (1961) aos modelos de crescimento Logístico, Brody, von Bertalanffy e Gompertz e de indicar o que melhor se ajustava aos dados ponderais de bovinos da raça Ibagé (5/8 Angus, 3/8 Zebu), concluíram que os modelos Brody e von Bertalanffy foram os que melhor se ajustaram aos dados. Os critérios utilizados foram o máximo coeficiente de determinação e a variância mínima dos desvios.

Ludwig (1977), utilizando pesagens bimestrais, ajustou os seguintes modelos ao crescimento de gado Nelore: Brody, Bertalanffy, Gompertz e Logístico. Os modelos foram linearizados pela série de Taylor e o processo iterativo foi acelerado pela técnica dos "quadrados mínimos internos". O autor concluiu que os modelos estudados se ajustaram bem aos dados de pesagens, apresentando coeficientes de determinação próximos de 99%, e que o modelo Brody requereu, em média, o maior número de iterações para a convergência das estimativas.

Freitas & Costa (1983), com a finalidade de identificar o modelo mais adequado para a predição do crescimento de suínos (Landrace e Large White), do nascimento aos 168 dias, estudaram os seguintes modelos não lineares: Gompertz, Logístico e von Bertalanffy. Com base no coeficiente de determinação, no quadrado Bertalanffy. Com base no coeficiente de determinação, no quadrado médio dos desvios e na interpretabilidade biológica dos parâmetros, o modelo Logístico foi identificado como o mais adequado.

Freitas et al. (1983), objetivando escolher o modelo mais adequado para a simulação do crescimento de frangos de corte, do nascimento aos 68 dias, estudaram o ajustamento de quatro equações não lineares (Gompertz, Richards, Logística e

Bertalanffy) e os modelos de regressão polinomial de primeiro, segundo e terceiro graus a dados de pesagens de 104 frangos da linhagem Pilch. Baseando-se nos valores do coeficiente de determinação, do quadrado médio dos desvios de regressão e na interpretabilidade biológica dos parâmetros, os autores consideraram mais adequado para a simulação do crescimento o modelo Gompertz.

Lopes et al. (1984) ajustaram os modelos Brody, gompertz e von Bertalanffy a dados de pesagens semanais de 774 aves Leghorn. Selecionaram o modelo Brody, através de uma avaliação preliminar de cinco amostras de dez aves, com base no critério do coeficiente de determinação, do desvio padrão dos desvios da regressão e, também, em dificuldades computacionais.

Curi et al. (1985), com dados de coelhos das raças Norfolk, Califórnia e Nova Zelândia, efetuaram ajustes das curvas Logística e de Gompertz para explicar o crescimento do peso corporal em função da idade expressa em dias. Usaram um método aproximado que consiste no seguinte: fixação da assíntota horizontal com base em indicação dos dados, transformação do peso com vistas à linearização das curvas, ajuste de regressão linear pelo método dos quadrados mínimos e uso de transformação inversa para a obtenção das estimativas dos parâmetros. Segundo os autores, o método aproximado proporcionou excelentes ajustes, com coeficientes de determinação maiores que 0,98 e com pequenos desvios entre valores observados e estimados, em especial para a função de Gompertz.

Nobre et al. (1987) ajustaram a dados ponderais de bovinos Nelore os modelos de Brody, von Bertalanffy, Gompertz, Logístico e Richards, com o objetivo de verificar o comportamento deles em face de três diferentes frequências de pesagens. Os autores concluíram, de acordo com o coeficiente de determinação, com o desvio da regressão e com a facilidade computacional, que não houve diferença entre as frequências de pesagens de um, dois e três meses.

Em nenhum desses trabalhos, entretanto, é feita qualquer referência a respeito da relação existente entre variância e média de pesos ao longo do tempo. Também não é considerada a conveniência de inclusão de componentes do tipo sazonal nos

modelos, para levar em conta a influência dos fenômenos climáticos (precipitação pluvial, temperatura, umidade, etc.) sobre o desenvolvimento ponderal.

Silveira Júnior (1979) e Silveira Júnior & Amaral (1982) propuseram um modelo de crescimento com um componente periódico. O modelo proposto é o modelo Brody para a raiz cúbica do peso, o que corresponde ao modelo von Bertalanffy para o peso, adicionado de um componente sazonal. Os autores utilizaram a transformação raiz cúbica para os pesos, uma vez que na análise da relação de dependência funcional entre a variância e a média dos pesos no tempo ficou evidenciada a falta de homogeneidade, resultando do estudo essa transformação como a mais adequada. Os autores concluíram que para dados ponderais de bovinos Ibagé, com oscilação sazonal, decorrente da influência direta e indireta dos fatores climáticos no metabolismo animal (condições das pastagens de inverno, temperaturas elevadas no verão), o modelo mais adequado para o estudo de curvas de crescimento é o modelo Brody para a raiz cúbica do peso com dois componentes harmônicos, ou seja:

$$\sqrt[3]{W_t} = A'' - B'e^{-Kt} + \sum_{i=1}^2 p_i \cos\left(\frac{360}{13}it\right) + \sum_{i=1}^2 q_i \sin\left(\frac{360}{13}it\right),$$

onde W_t é o peso observado no instante t ; $A'' = A' + p_0$, $A' = A^{1/3}$, $B' = A^{1/3} B$, A é o peso máximo teórico, B é uma constante de integração e K é a taxa de crescimento; $p_0 = \frac{1}{13} \sum \hat{Z}(t)$; $p_i = \frac{1}{6,5} \sum_{t=1}^{13} \hat{Z}(t) \cdot \cos(\alpha it)$ e $q_i = \frac{1}{6,5} \sum_{t=1}^{13} \hat{Z}(t) \cdot \sin(\alpha it)$ são os parâmetros harmô-

nicos, com $\alpha = \frac{360^2}{13}$, e $\hat{Z}(t) = \sqrt[3]{W_t} - \hat{A}' + \hat{B}' e^{-\hat{K}t}$ são os valores do componente sazonal obtidos com as estimativas preliminares dos parâmetros A' , B' e K .

Silveira Júnior & Machado (1990), trabalhando com dados de pesagens de bovinos Ibagé, confirmaram os resultados obtidos por Silveira Júnior (1979) e Silveira Júnior & Amaral (1982) no que diz respeito à inclusão de um componente periódico no modelo de crescimento Brody e, também, à transformação raiz cúbica. Os autores introduziram um método de determinação de estimativas preliminares obtidas com base nos próprios dados.

Silveira Júnior et al. (1990), estudando o desenvolvimento ponderal de bubalinos da raça Murrah, identificaram a necessidade de inclusão de componentes sazonais para os animais nascidos no outono e no inverno. Entretanto, para os nascidos na primavera e no verão, ficou evidente a ausência de importância de inclusão desses componentes.

O fenômeno da oscilação sazonal, muito próprio no Estado do Rio Grande do Sul, está presente no desenvolvimento ponderal médio das progênies (Hereford e Charolês), conforme ilustrado na Tabela 1. Os valores sublinhados indicam estabilização e/ou queda de peso que em geral acontece no inverno e no verão. Tal fato salienta a necessidade de levar em conta a variação sazonal na formulação de modelos de crescimento (Silveira Júnior & Machado 1990).

Ao analisar o comportamento da variância e da média entre pesagens dos bovinos provenientes do teste de progênie, nota-se que, em geral, a variância cresce com a média, o que caracteriza heterogeneidade de variância. Nesses casos, tem sido recomendada a transformação raiz cúbica (Silveira

TABELA 1. Desenvolvimento ponderal médio das progênies Hereford e Charolesa.

Hereford	126	128	130	140	154	171	173	190	195	187	209	214
	212	215	221	238	256	268	280	285	295	323	331	335
	339	328	320	333	342	359	371	393	407	427	414	421
Charolesa	123	128	125	134	149	167	171	187	196	192	215	215
	219	225	232	250	273	278	297	303	314	348	359	362
	364	355	350	359	367	385	398	425	445	471	457	467

Júnior & Machado 1990, Silveira Júnior et al. 1990).

O presente trabalho tem como objetivo o ajustamento de um modelo de crescimento ao desenvolvimento ponderal de bovinos das raças Hereford e Charolesa provenientes de testes de progênie de bovinos de corte efetuados pelo Instituto de Pesquisas Zootécnicas "Francisco Osório" da Secretaria de Agricultura do Estado do Rio Grande do Sul. O modelo de crescimento adotado foi o de Brody expandido com um componente que leva em conta a oscilação sazonal. Os dados foram reliminarmente submetidos à transformação raiz cúbica com o propósito de lograr a homogeneização da variância.

MATERIAL E MÉTODOS

Animais utilizados

Foram utilizados resultados de pesagens do desmame ao abate, de 28 em 28 dias, de 25 bovinos da raça Hereford e de 22 bovinos da raça Charolesa, provenientes do Teste de Progênie de Bovinos de Corte (Poli 1977), desenvolvido pelo Instituto de Pesquisas Zootécnicas "Francisco Osório", da Secretaria da Agricultura do Estado do Rio Grande do Sul.

Das vinte e cinco progênies Hereford, sete são do progenitor H₁-82, cinco do H₂-82, oito do H₃-82 e cinco do H₄-82. Das vinte e duas progênies Charolesas, uma é do progenitor C₁-82, quatro são do C₂-82, três do C₃-82, nove do C₄-82 e cinco do C₅-82.

Os animais são filhos de reprodutores puros de pedigree (PP), procedentes de propriedades particulares ou de plantéis do Instituto de Pesquisas Zootécnicas provenientes de testes de avaliação de ganho de peso.

As mães são originárias de propriedades particulares dos municípios gaúchos de Alegrete, Bagé, Dom Pedrito, Itaqui e Tupanciretã.

A escolha das propriedades particulares participantes do teste de progênies baseia-se no critério de uniformidade quanto ao padrão das raças e quanto ao sistema de manejo utilizado.

A inseminação das vacas nessas propriedades, com diferentes reprodutores, é feita de forma totalmente aleatória.

As vacas e os terneiros são mantidos até o desmame no mesmo sistema de manejo do rebanho.

Após o desmame, os terneiros são conduzidos à Estação Experimental Zootécnica localizada no município de Dom Pedrito, RS, com a finalidade de participarem

do Teste de Progênie. Esse teste compreende, entre outras avaliações, o controle ponderal das progênies até atingirem o peso de abate, em torno de 420 kg para a raça Charolesa e de 400 kg para a raça Hereford, em condições semelhantes de manejo e, principalmente, alimentar.

No transcorrer do teste para o lote de progênies em consideração, ocorreram circunstâncias que poderão ter influenciado no ganho de peso dos animais, ou seja, restrição alimentar, em parte decorrente do efeito sazonal, característico da região, e expressivo número de animais participantes, superior à capacidade de lotação da Estação Experimental Zootécnica.

Na tentativa de corrigir esses problemas, parte dos animais foram eliminados antes dos 280 dias de teste, com o critério de manter a uniformidade no número de terneiros de rebanhos de mesma procedência e por touro. Outra medida foi o abate em duas épocas: na primeira época, a normal do teste, os animais foram abatidos em junho de 1986, com aproximadamente dois anos e seis meses de idade e com no mínimo 400 kg de peso vivo, condições que se procura atingir no Estado; na segunda época, a que corresponde à realidade da criação no Estado do Rio Grande do Sul, os animais foram abatidos, independentemente do peso vivo, em abril de 1987, com aproximadamente quatro anos de idade.

No presente trabalho, foram utilizados os resultados de pesagens do desmame ao abate dos animais abatidos na segunda época, isto é, aqueles com, aproximadamente, quatro anos de idade.

Modelo de crescimento

A primeira análise sobre os dados indicou necessidade de sua transformação pela raiz cúbica, uma vez que a relação de dependência funcional entre a variância e a média, da forma $s^2 = B \cdot x^\alpha$, era característica. Em estudos de curvas de crescimento com bovinos da raça Ibagé e com bubalinos da raça Murrah, respectivamente, Silveira Júnior & Machado (1990) e Silveira Júnior et al. (1990) identificaram essa relação de dependência funcional e também recomendaram a transformação da raiz cúbica.

Em razão da inclusão do componente sazonal na equação de Brody e da transformação raiz cúbica, a expressão do modelo de crescimento ajustado aos dados é a seguinte:

$$\sqrt[3]{W_t} = A' - B' e^{-Kt} + Z(t),$$

onde:

A' = $A^{1/3}$, raiz cúbica do peso máximo teórico;

$$B' = A^{1/3} \cdot B = A' \cdot \sqrt[3]{W_0}$$

K = taxa de crescimento; e

$$Z(t) = p_0 + p_1 \cos\left(\frac{360}{13}t\right) + p_2 \cos\left(\frac{360}{6,5}t\right) + q_1 \sin\left(\frac{360}{13}t\right) + q_2 \sin\left(\frac{360}{6,5}t\right), \text{ componente sazonal.}$$

Estimativas preliminares dos parâmetros A', B' e K

Tomando-se as diferenças entre as raízes cúbicas dos pesos de dois períodos consecutivos, de acordo com Silveira Junior et al. (1992), tem-se:

$$s_t = \sqrt[3]{W_{t+13}} - \sqrt[3]{W_t} = B' (1 - e^{-13K}), e^{-Kt},$$

com $Z(t + 13) = Z(t)$, uma vez que $Z(t)$ é uma função periódica de período $T = 13$ (Amaral 1968), número de meses lunares, de quatro semanas, uma vez que o controle ponderal foi realizado de 28 em 28 dias.

Assim, como se pode notar, s_t pode ser linearizada por anamorfose, ou seja:

$$\log s_t = \log [B'(1 - e^{-13K})] - (K \log e)t,$$

que pode ser expressa na seguinte forma:

$$\log s_t = a + bt,$$

sendo $a = \log [B'(1 - e^{-13K})]$ e $b = -0,4343K$.

Portanto, estimativas preliminares de B' e K podem ser obtidas a partir das estimativas dos coeficientes a e b da equação de regressão $\log s_t = a + bt$.

Para determinar a estimativa preliminar do parâmetro A', parte-se da equação:

$$\sqrt[3]{W_t} = A' - B' e^{-Kt} + Z(t)$$

donde se obtém:

$$A' = \sqrt[3]{W_t} + B' e^{-Kt} - Z(t).$$

Somando-se os 26 valores consecutivos de $\sqrt[3]{W_t}$, o que corresponde a dois anos de vida do animal, tem-se:

$$26 A' = \sum_{t=1}^{2\sigma} \sqrt[3]{W_t} + B' \sum_{i=1}^{2\sigma} e^{-Kt},$$

$$\text{pois } \sum_{t=1}^{2\sigma} Z(t) = 0.$$

Portanto:

$$A' = \left(\sum_{t=1}^{2\sigma} \sqrt[3]{W_t} + B' \sum_{t=1}^{2\sigma} e^{-Kt} \right) / 26$$

é a estimativa preliminar de A', uma vez que as estimativas preliminares de B' e K já foram determinadas anteriormente.

Essas estimativas, denominadas preliminares, podem ser melhoradas pela aplicação do método modificado de Gauss-Newton (Hartley 1961) ao modelo:

$$s_t = (\sqrt[3]{W_{t+13}} - \sqrt[3]{W_t}) = B'(1 - e^{-13K}) e^{-Kt}$$

Análise harmônica do componente sazonal

Com as estimativas preliminares melhoradas dos parâmetros A', B' e K, pode-se fazer a análise harmônica.

Para tanto, calcula-se, para cada t (t = 1, 2, ..., 13):

$$\hat{Z}(t) = \sqrt[3]{W_{t+13}} - \hat{A} + \hat{B}' e^{-\hat{K}t}$$

e

$$\hat{Z}(t + 13) = \sqrt[3]{W_{t+13}} - \hat{A} + \hat{B}' e^{-\hat{K}(t+13)},$$

para o primeiro e o segundo ano, respectivamente.

Segundo Amaral (1968), a análise harmônica permite decompor um processo de período básico T em ondas senoidais de períodos T, T/2, T/3, etc.

Considerando-se o mês de quatro semanas como unidade de tempo, proporcionando, portanto, um ano de treze meses, a variação anual pode ser decomposta em seis ondas senoidais de períodos de 13, 13/2, 13/3, 13/4, 13/5 e 13/6 meses, correspondentes às ondas de período anual, semestral, quadrimestral, trimestral, de 2,6 e de 2,17 meses, respectivamente.

A partir da expressão da componente sazonal:

$$Z(t) = p_0 + \sum_{i=1}^{\sigma} p_i \cos(i\alpha t) + \sum_{i=1}^{\sigma} q_i \sin(i\alpha t),$$

onde $\alpha = 360^\circ/13$, obtém-se um sistema de equações lineares de treze incógnitas $p_0, p_1, p_2, p_3, \dots, p_6, q_1, q_2, q_3, \dots, q_6$, quando se substituem os valores de t, t=1, 2, ..., 13. Em virtude da ortogonalidade, o sistema é facilmente resolvido, obtendo-se:

$$p_0 = \frac{1}{13} \sum_{t=1}^{13} Z(t),$$

$$p_t = \frac{1}{6,5} \sum_{t=1}^{13} Z(t) \cos(i\alpha t), \text{ e}$$

$$q_t = \frac{1}{6,5} \sum_{t=1}^{13} Z(t) \sin(i\alpha t).$$

O critério usado para a seleção dos componentes harmônicos foi o do coeficiente de determinação, incluindo-se no modelo das ondas que explicam pelo menos 80% da oscilação sazonal, em ordem decrescente das suas respectivas amplitudes. Para tanto, obtém-se a soma de quadrados de $\hat{Z}(t)$, decompondo-a nas somas de quadrados correspondentes às ondas anual, semestral, quadrimestral, etc., ou seja:

$$S.Q. \hat{Z}(t) = \sum_{t=1}^{13} (\sqrt[3]{W_t} - \hat{A}' + \hat{B}'e^{-\hat{K}t})^2 = 6,5 \sum_{t=1}^{\sigma} (p_t^2 + q_t^2),$$

onde: S.Q. Onda anual = $6,5 (\hat{p}_1^2 + \hat{q}_1^2)$, S.Q. Onda semestral = $6,5 (\hat{p}_2^2 + \hat{q}_2^2)$, ..., S.Q. Onda 13/6 = $6,5 (\hat{p}_6^2 + \hat{q}_6^2)$. Com essa decomposição, pode-se calcular o coeficiente de determinação para cada componente harmônico, como, por exemplo, o da onda anual:

$$R^2 = 6,5 (\hat{p}_1^2 + \hat{q}_1^2) / S.Q. \hat{Z}(t).$$

Ajustamento do modelo proposto

O ajustamento da curva de desenvolvimento ponderal pelo modelo Brody para a raiz cúbica do peso com a componente de oscilação sazonal representada pelas ondas senoidais mais significativas foi efetuado pelo método modificado de Gauss-Newton (Hartley 1961), com as estimativas preliminares dos parâmetros A', B' e K determinadas pelo procedimento indicado por Silveira Júnior et al. (1992), e as dos parâmetros harmônicos obtidas através da análise harmônica (Amaral 1968).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O desenvolvimento ponderal das progênies foi analisado separadamente em grupos de acordo com o progenitor (touro). Na Tabela 1, é mostrado o desenvolvimento ponderal médio das progênies Hereford e Charolês. Numa simples inspeção dos

dados, constata-se períodos de queda e de estabilização do peso (dados sublinhados).

De modo geral, ao analisar a relação entre a variância e a média dos pesos no tempo, verifica-se que não há homogeneidade de variância. As Fig. 1 e 2 ilustram a relação entre essas medidas e

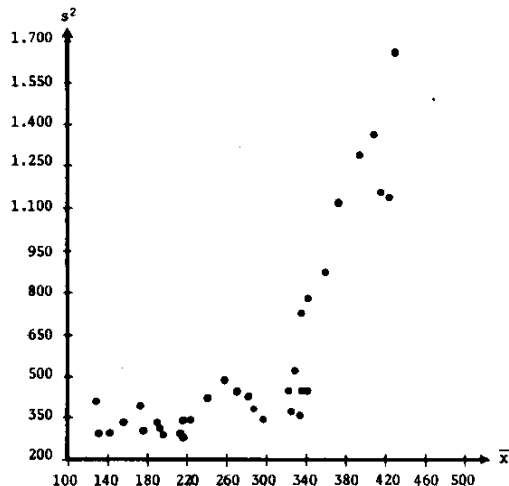


FIG. 1. Relação entre a variância e a média dos pesos no tempo. Progênie Hereford.

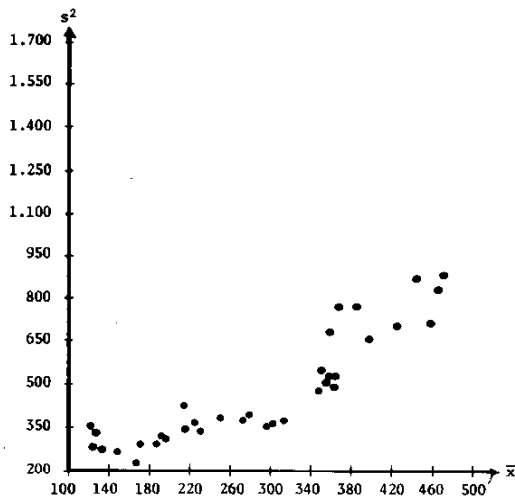


FIG. 2. Relação entre a variância e a média dos pesos no tempo. Progênie Charolês.

identificam a heterogeneidade de variância dos pesos, que, com a transformação raiz cúbica, obtida pelo método apresentado por Amaral (1967), reduz consideravelmente a relação de dependência funcional entre a variância e a média, (Fig. 3 e 4).

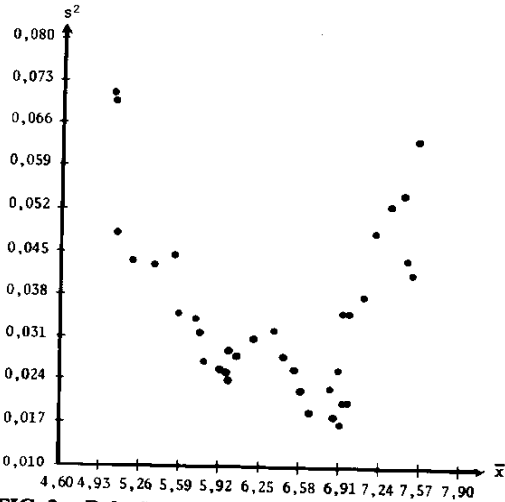


FIG. 3. Relação entre a variância e a média das raízes cúbicas dos pesos no tempo. Progénie Hereford.

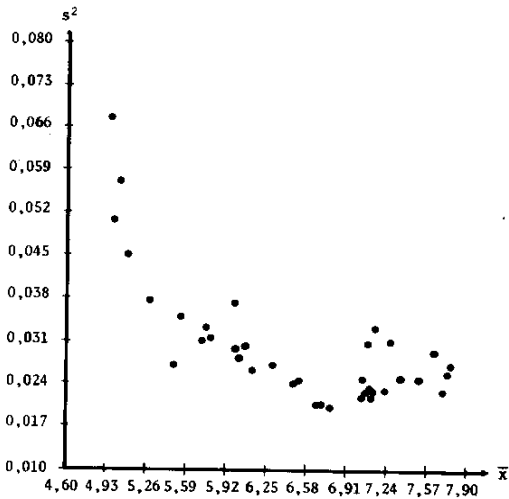


FIG. 4. Relação entre a variância e a média das raízes cúbicas dos pesos no tempo. Progénie Charolés.

Estimativas preliminares de A', B' e K

As estimativas preliminares dos parâmetros da componente sazonal, obtidas segundo Silveira Júnior & Machado (1990), para as progênies, são apresentadas na Tabela 2.

Análise harmônica do componente sazonal

Uma vez calculadas as estimativas preliminares dos parâmetros A', B' e K, determinou-se para cada t (t = 1, 2, ..., 36):

$$\hat{Z}(t) = \sqrt[3]{W_t} - \hat{A}' + \hat{B}'e^{-Kt}$$

e procedeu-se à análise harmônica (Amaral 1968), para a soma $\hat{T}(t) = \hat{Z}(t) + \hat{Z}(t + 13)$, considerada mais adequada por levar em conta a variação sazonal de todo o período.

Apresentam-se, na Tabela 3, os resultados das estimativas dos parâmetros harmônicos, obtidos pela análise harmônica, para o desenvolvimento ponderal médio das progênies Hereford e Charolesa.

O total da variação sazonal, $\sum[\hat{T}(t)]^2$, foi decomposto nas somas de quadrados dos componentes de variação anual, semestral, quadrimestral, de 13/5 e 13/6 meses, com vistas à determinação do coeficiente de determinação R² para cada componente harmônico.

Para os animais utilizados, os R² calculados para as duas primeiras ondas são mostrados na Tabela 4, onde se observa que 57% dos animais têm R² acumulado acima de 80%, e 96% dos animais, acima de 60%.

Com base nesses resultados e no critério de inclusão no modelo de ondas que expliquem pelo

TABELA 2. Estimativas preliminares dos parâmetros A', B' e K para as progênies médias.

Progénie	Parâmetro		
	A'	B'	K
Hereford	9,927	4,957	0,021
Charolesa	10,180	5,302	0,023

TABELA 3. Estimativas preliminares dos parâmetros harmônicos para as progênes médias.

Progênes	Parâmetro						
	P ₀	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Hereford	0,028	-0,177	-0,064	-0,022	-0,048	0,024	-0,032
Charolesa	0,036	-0,154	-0,059	-0,006	-0,042	0,024	-0,053
		q ₁	q ₂	q ₃	q ₄	q ₅	q ₆
Hereford		0,090	-0,026	0,000	0,049	0,003	0,000
Charolesa		-0,096	0,008	0,026	0,039	0,011	0,003

TABELA 4. Distribuição de freqüências da soma dos coeficientes de determinação dos componentes harmônicos relativos às ondas anual e semestral para as raças Hereford e Charolesa.

R ² (onda anual e onda semestral)	Número de animais	
	Hereford	Charoleses
80 100	15	12
60 80	8	10
40 60	2	0
Total	25	22

menos 80% da oscilação sazonal, em ordem decrescente de suas respectivas amplitudes, os parâmetros que deverão participar do modelo são p₁ e q₁ (onda anual) e p₂ e q₂ (onda semestral), com estimativas preliminares apresentadas na Tabela 3.

Modelo de crescimento

Segundo o critério estabelecido e os resultados obtidos, o modelo de crescimento ajustado foi o modelo Brody, para a raiz cúbica do peso, acrescido dos componentes periódicos com parâmetros p₁, q₁, p₂ e q₂, correspondentes às ondas anual e semestral. O valor p₀, que no presente caso é diferente de zero, uma vez que o número de valores $\hat{T}(t)$ (m = 23) é diferente do período básico (n = 13), deverá ser adicionado ao valor da estimativa do parâmetro A' assim: A'' = A' + p₀.

O modelo foi ajustado para todas as progênes separadamente, para as raças Hereford e Charo-

lesas. Portanto, a expressão do modelo a ser ajustado pelo método modificado de Gauss-Newton é:

$$\sqrt[3]{W_t} A'' - B'e^{-Kt} + \sum_{i=1}^2 p_i \cos(\alpha i t) + \sum_{i=1}^2 q_i \sin(\alpha i t),$$

onde:

$$A'' = A' + p_0, A' = A^{1/3}, B' = A^{1/3}B, p_0 = \frac{\sum \hat{T}(t)}{23}, p_i = \frac{1}{6,5} \sum_{t=1}^{13} \hat{Z}(t) \cos(\alpha i t) \text{ e } q_i = \frac{1}{6,5} \sum_{t=1}^{13} \hat{Z}(t) \sin(\alpha i t) \text{ e } \alpha = \frac{360^\circ}{13}.$$

lesas. Os resultados estão nas Tabelas 5 e 6. Estudou-se a influência dos touros, relativamente à curva de crescimento, através da análise da variação das estimativas para cada parâmetro, cujos resultados são mostrados na Tabela 7.

Constata-se, pelos resultados do ajustamento das progênes médias em função dos touros (progenitores) (Tabelas 5 e 6) e pela análise da variação das estimativas dos parâmetros (Tabela 7), que, de uma maneira geral, não houve variação significativa entre os touros. Dessa forma, efetuou-se o ajuste do modelo de crescimento ao desenvolvimento ponderal médio, independentemente dos touros. Os resultados estão na Tabela 8, que apresenta as estimativas dos parâmetros para o modelo de crescimento com componente sazonal para as progênes Hereford e Charolesa.

Nas Tabelas 9 e 10 são apresentados os desvios entre as estimativas finais dos parâmetros do modelo ajustado para cada touro (Tabelas 5 e 6), e do

TABELA 5. Estimativas finais dos parâmetros A'', B' e K do modelo com componente sazonal.

Progênie		Estimativa		
Raça	Touro	\hat{A}''	\hat{B}'	\hat{K}
Hereford	H ₁	10,435	6,532	0,019
	H ₂	9,875	6,078	0,020
	H ₃	9,938	5,601	0,019
	H ₄	10,041	5,988	0,020
Charolesa	C ₁	10,825	6,822	0,019
	C ₂	11,164	7,139	0,016
	C ₃	10,787	7,092	0,020
	C ₄	10,801	6,759	0,018
	C ₅	10,042	6,627	0,025

TABELA 6. Estimativas finais dos parâmetros harmônicos do modelo com componente sazonal.

Progênie		Estimativa			
Raça	Touro	\hat{p}_1	\hat{q}_1	\hat{p}_2	\hat{q}_2
Hereford	H ₁	-0,017	0,084	0,019	0,016
	H ₂	-0,046	0,125	0,026	0,010
	H ₃	-0,027	0,075	0,026	0,005
	H ₄	-0,017	0,0113	0,022	0,015
Charolesa	C ₁	-0,040	0,045	0,017	0,004
	C ₂	-0,038	0,105	0,018	0,018
	C ₃	-0,047	0,078	0,001	0,008
	C ₄	-0,037	0,096	-0,00001	0,001
	C ₅	-0,050	0,092	0,029	0,011

TABELA 7. Resultados da análise da variação das estimativas dos parâmetros do modelo de crescimento com componente sazonal.

Progênie	Análise da variação	G.L.	Estimativa			
			\hat{A}''	\hat{B}'	\hat{K}	
Hereford	Q.M. Touros	3	2,17	1,46	$1,2 \times 10^{-5}$	
	Q.M. Resíduo	21	4,84	3,86	$1,1 \times 10^{-3}$	
	Teste F		0,45	0,38	0,01	
Charolesa	Q.M. Touros	4	0,68	0,15	$4,6 \times 10^{-4}$	
	Q.M. Resíduo	17	1,44	1,52	$1,1 \times 10^{-4}$	
	Teste F		0,48	0,10	2,39	
			\hat{p}_1	\hat{q}_1	\hat{p}_2	\hat{q}_2
Hereford	Q.M. Touros	3	$9,8 \times 10^{-3}$	$3,6 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-3}$	$1,9 \times 10^{-3}$
	Q.M. Resíduo	21	$1,0 \times 10^{-2}$	$8,0 \times 10^{-3}$	$1,9 \times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-3}$
	Teste F		0,97	4,44**	0,53	1,73
Charolesa	Q.M. Touros	4	$1,6 \times 10^{-4}$	$9,2 \times 10^{-3}$	$8,2 \times 10^{-3}$	$2,4 \times 10^{-3}$
	Q.M. Resíduo	17	$9,3 \times 10^{-3}$	$7,8 \times 10^{-3}$	$1,7 \times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-3}$
	Teste F		0,18	1,19	4,80**	2,20

** Indica significância com $p \leq 0,01$.

modelo ajustado com a média das progênes (Tabela 8) onde se observam, para as estimativas dos parâmetros A'', B' e K, desvios que variam de -8,2% a 7,0% para a raça Hereford, e de -15,8% a 31,6% para a raça Charolesa. Tais diferenças, que não são muito expressivas, são devidas à variação aleatória decorrente, principalmente, das caracte-

rísticas individuais dos animais, que, aliadas à variação não-significativa entre os touros (Tabela 7), justificam a preferência pelas estimativas da Tabela 8, proporcionando, dessa forma, um modelo de crescimento para a raça e não para cada um dos progenitores.

As curvas de crescimento ajustadas para o de-

TABELA 8. Estimativas finais dos parâmetros do modelo de crescimento com componente sazonal para as progênes médias das raças Hereford e Charolesa.

Progênie	Estimativa						
	\hat{A}''	\hat{B}'	\hat{K}	\hat{p}_1	\hat{q}_1	\hat{p}_2	\hat{q}_2
Hereford	10,169	6,104	0,019	-0,022	0,095	0,023	0,010
Charolesa	10,646	6,793	0,019	-0,038	0,092	0,010	0,007

TABELA 9. Desvios entre as estimativas finais dos parâmetros A'', B' e K do modelo ajustado para cada touro e do modelo ajustado com as médias das progênes.

Progênes Raça	Touro	Estimativa		
		\hat{A}''	\hat{B}'	\hat{K}
Hereford	H ₁	0,266	0,428	0,000
	H ₂	-0,294	-0,026	0,001
	H ₃	-0,231	-0,503	0,000
	H ₄	-0,128	-0,116	0,001
Charolesa	C ₁	0,179	0,029	0,000
	C ₂	0,518	0,346	-0,003
	C ₃	0,141	0,299	0,001
	C ₄	0,155	-0,034	-0,001
	C ₅	-0,604	-0,166	0,006

TABELA 10. Desvios entre as estimativas finais dos parâmetros p e q do modelo ajustado para cada touro e do modelo ajustado com as médias das progênes.

Progênie Raça	Touro	Estimativa			
		\hat{p}_1	\hat{q}_1	\hat{p}_2	\hat{q}_2
Hereford	H ₁	0,005	-0,011	-0,004	0,006
	H ₂	-0,024	0,030	0,003	0,000
	H ₃	-0,005	-0,020	0,003	-0,005
	H ₄	0,005	0,018	-0,001	0,005
Charolesa	C ₁	-0,002	-0,047	-0,004	0,006
	C ₂	0,000	0,013	-0,008	0,011
	C ₃	-0,009	-0,014	-0,009	0,001
	C ₄	0,075	0,004	-0,010	-0,006
	C ₅	-0,012	0,000	0,019	0,004

envolvimento ponderal médio das progênes Hereford e Charolesa, são apresentadas nas Fig. 5 e 6, respectivamente. A apreciação desses gráficos salienta a necessidade de inclusão do componente

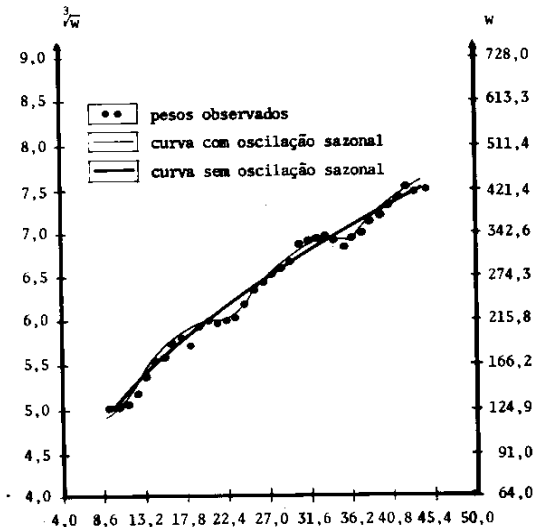


FIG. 5. Modelo de crescimento com e sem componente sazonal. Progênie Hereford.

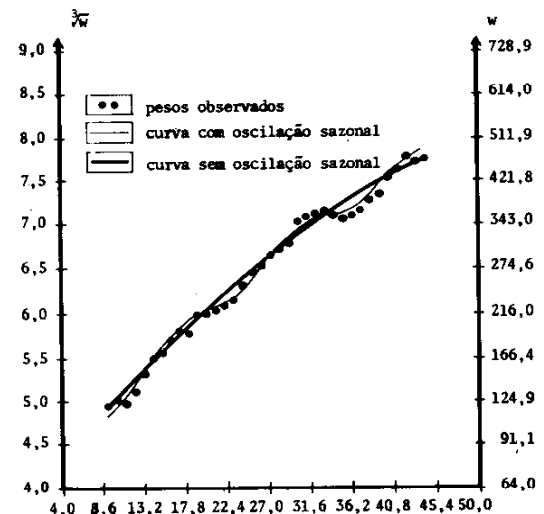


FIG. 6. Modelo de crescimento com e sem componente sazonal. Progênie Charolês.

sazonal, já indicada pelos coeficientes de determinação das ondas anual e semestral que compreendem 87% e 83% do total da variação sazonal.

CONCLUSÕES

1. Pelos resultados do ajustamento das progênies médias em função dos touros e da análise da variação das estimativas dos parâmetros, conclui-se que o ajuste do modelo de crescimento, tanto para as progênies Hereford como para as Charolesas, deverá ser feito independentemente dos touros.

2. O modelo de crescimento ajustado e recomendado para as progênies Hereford e Charolesa, participantes do Teste de Avaliação, tem a seguinte expressão:

$$\sqrt[3]{W_t} = \hat{A}'' - \hat{B}'e^{-\hat{K}t} + \sum_{i=1}^2 \hat{p}_i \cos(\alpha it) + \sum_{i=1}^2 \hat{q}_i \sin(\alpha it),$$

com as seguintes estimativas para os parâmetros:

Parâmetro	Progénie	
	Hereford	Charolês
A''	10,169	10,646
B'	6,104	6,793
K	0,019	0,109
P ₁	-0,022	-0,038
P ₂	0,095	0,092
q ₁	0,023	0,010
q ₂	0,010	0,007

3. A transformação raiz cúbica, além de homogeneizar a variância, proporciona facilidades no trato teórico do modelo recomendado.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. João Gilberto Corrêa da Silva, da UFPel, pelas correções e sugestões feitas, e ao Sr. José Hermínio Barbachã, da Editora Universitária, pela execução dos desenhos.

REFERÊNCIAS

AMARAL, E.C. Análise harmônica. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Rio de Janeiro, v.3, p.7-43, 1968.

AMARAL, E.C. Transformação de dados. In: CURSO DE ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL. Pelotas, RS, IPEAS, 1967.

CORTARELLI, A. Estudo da curva de crescimento de machos da raça Nelore, através de quatro modelos estocásticos. Jaboticabal: FMVAJ, 1973. 179p. Tese de Doutorado.

CRÓCOMO, C.R. Análise econométrica do crescimento ponderal de gado bovino: Canchim-Nelore-Charolês. Piracicaba: ESALQ, 1973. 138p. Dissertação de Mestrado.

CURI, P.R.; NUNES, J.R.V.; CURI, M.A. Modelos matemáticos para estimar o peso de coelhos. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.20, n.7, p.853-863, 1985.

FREITAS, A.R.; ALBINO, L.F.T.; ROSSO, L.A. Estimativas do peso de frangos machos e fêmeas através de modelos matemáticos. Concórdia: EMBRAPA-CNPASA, 1983. (EMBRAPA-CNPASA. Comunicado Técnico, 68).

FREITAS, A.R.; COSTA, C.N. Ajustamento de modelos não lineares a dados de crescimento em suínos. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.18, n.10, p.1147-1154, 1983.

HARTLEY, H.O. The modified Gauss-Newton method for the fitting of nonlinear regression functions by least squares. *Technometrics*, v.3, p.269-280, 1961.

HOFFMANN, R.; THAME, A.C.M. Determinação da idade ótima para primeiro desbaste em povoamento de *Pinus caribaea*. *Agroeconômico*, v.2, p.9-37, 1970.

LOPES, P.S.; TORRES, R.A.; SILVA, M.A.; SOARES, R.R. Curvas de crescimento em poedeiras leves. In: REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ZOOTECNIA, 21., 1984, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte: Sociedade Brasileira de Zootecnia, 1984. p.23.

LUDWIG, A. Ajustamento de curvas exponenciais ao crescimento de gado Nelore e análise de seus parâmetros. Viçosa, MG: UFV, 1977. 84p. Dissertação de Mestrado.

- MISCHAN, N.M.M. **Análise econométrica de crescimento de gado bovino.** Botucatu: ESALQ, 1972. 141p. Tese de Doutorado.
- NOBRE, P.R.C.; ROSA, A.N.; SILVA, L.D.C.; EVANGELISTA, S.R.M. Curvas de crescimento de gado Nelore ajustadas para diferentes frequências de pesagens. **Pesquisa Agropecuária Brasileira, Brasília**, v.22, n.9/10, p.1027-1037, 1987.
- POLI, J.L.E.H. **Teste de progênie de bovinos de corte no Rio Grande do Sul.** Anuário Técnico do Instituto de Pesquisas Zootécnicas Francisco Osório, Porto Alegre, v.4, p.475-535, 1977.
- SILVEIRA JÚNIOR, P. **Estudo de alguns modelos exponenciais no crescimento de bovinos da raça Ibagé.** Piracicaba, SP: ESALQ, 1976. 174p. Dissertação de Mestrado.
- SILVEIRA JÚNIOR, P. **Modelo de crescimento para bovinos da raça Ibagé tendo em conta a oscilação sazonal.** Pelotas: UFPPEL, 1979. Tese Professor Titular.
- SILVEIRA JÚNIOR, P.; AMARAL, E.C. Modelo de crescimento para bovinos da raça Ibagé tendo em conta a oscilação sazonal. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, 4., 1980, Rio de Janeiro. **Atas.** Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 1982. p.13-22.
- SILVEIRA JÚNIOR, P.; MACHADO, A.A. Adição de componente sazonal em modelos de crescimento. **Pesquisa Agropecuária Brasileira, Brasília**, v.25, n.1, p.67-75, 1990.
- SILVEIRA JÚNIOR, P.; MACHADO, A.A.; SILVA, M.A. Modelos exponenciais com componente sazonal ajustados ao crescimento de búfalos da raça Murrah. **Ciência e Cultura**, v.42, n.1, p.36-47, 1990.
- SILVEIRA JÚNIOR, P.; MORAES, R.S. Estudo de alguns modelos exponenciais no crescimento de bovinos da raça Ibagé. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, 3., 1978, São Paulo. **Atas.** São Paulo: Universidade de São Paulo, Instituto de Matemática e Estatística, 1978, p.15-23.
- SILVEIRA JÚNIOR, P.; ZONTA, E.P.; MACHADO, A.A.; COSTA, R.F.S. Método de obtenção de estimativas preliminares de parâmetros de modelos de crescimento sazonais. **Pesquisa Agropecuária Brasileira, Brasília**, v.27, n.12, p.1597-1605, 1992.
- VALENTINI, R. **Análise econômica do arraçamento de frangos de corte.** Piracicaba: ESALQ, 1970. 230p. Tese de Doutorado.
- VIEIRA, S. **Estudo de funções assintótico-sigmóides.** Piracicaba: UNICAMP, 1975. 105p. Tese de Livre-Docência.