EXPERIMENTOS EM RETICULADO QUADRADO COM ALGUNS TRATAMENTOS COMUNS ADICIONADOS EM CADA BLOCO

ANÁLISE INTRABLOCOS[1]

ANTÔNIO CARLOS DE OLIVEIRA[2] e DÉCIO BARBIN[3]

RESUMO - Apresentou-se um método geral de análise intrablocos para o caso de um ensaio em reticulado quadrado aumentado pela adição de alguns tratamentos comuns a todos os blocos. Os tratamentos do delineamento inicial foram designados de "tratamentos regulares", e os adicionados aos blocos, de "tratamentos comuns". Os parâmetros do delineamento inicial foram definidos como: k (número de parcelas por bloco), $v = k^2$ (número de tratamentos regulares), b (número de blocos), i (número de repetições ortogonais), n (número de vezes que as repetições ortogonais são repetidas) e $r = ni$ (número de repetições dos tratamentos). A inclusão de c tratamentos comuns em cada bloco do experimento resultou em um delineamento aumentado, com os seguintes parâmetros: $v' = v + c$ (número total de tratamentos), b (número de blocos), $k' = k + c$ (número de parcelas por bloco), r' (número de repetições de cada tratamento) e $\lambda_{uu'}$ (número de blocos onde os tratamentos u e u' ocorrem juntos). O modelo matemático adotado foi o seguinte: $y_{uh} = m + t_u + b_h + e_{uh}$, onde y_{uh} é a observação do u-ésimo tratamento no h-ésimo bloco; m é a média geral; t_u é o efeito do u-ésimo tratamento ($u = 1,2, \ldots v'$); b_h é o efeito do h-ésimo bloco ($h = 1, 2, \ldots, b$) e e_{uh} é o erro experimental associado à y_{uh} onde $e_{uh} \cap (0, \sigma^2)$. Foram determinadas as expressões para as várias somas de quadrados na análise de variância, as médias de tratamentos ajustadas para blocos e a variância da estimativa de um contraste entre duas médias de tratamentos.

Termos para indexação: blocos incompletos, reticulado quadrado aumentado.

EXPERIMENTS IN SQUARE LATTICE WITH SOME COMMON TREATMENTS ADDED TO EACH BLOCK INTRABLOCK ANALYSIS

ABSTRACT - A statistical investigation was conducted for the case in which experiments are designed in square lattices, but some common treatments are added to each block. Treatments of the basic or initial design were designated as "regular treatments" and the other ones as "common treatments". The main objective was to develop a general method of analysis for this specific kind of experiment. The following parameters were considered as pertinent to the initial design: k (number of plots per block), $v = k^2$ (number of regular treatments), b (number of blocks), i (number of orthogonal replications), n (number of repetition of orthogonal replications) and $r = ni$ (number of replication of each treatment). The inclusion of c common treatments to each block, resulted in augmented design with the following parameters: $v' = v + c$ (total number of treatments), b (number of blocks), $k' = k + c$ (number of plots per block), r' (number of replications of each treatment) and $\lambda_{uu'}$ (number of blocks in which treatments u and u' occur together). The following mathematical model was considered: $y_{uh} = m + t_u + b_h + e_{uh}$, where y_{uh} denotes the observation of the u^{th} treatment in the h^{th} block; m denotes the effect of the general mean; t_u denotes the u^{th} treatment effect ($u = 1, 2, \ldots, v'$); b_h denotes the h^{th} block effect ($h = 1, 2, \ldots, b$); e_{uh} is a random error component where $e_{uh} \cap (0, \sigma^2)$. Formulas for sums of squares in the analysis of variance, the adjusted treatment means and the variances of treatment differences, were obtained.

Index terms: incomplete block designs, augmented lattice design.

INTRODUÇÃO

Quando um grande número de tratamentos são comparados em ensaios de campo, o que ocorre freqüentemente em programas de avaliação e melhoramento de plantas, o pesquisador, às vezes, utiliza os delineamentos em reticulados quadrados ("square lattices") com k^2 tratamentos e blocos de k parcelas. Há, ainda, situações em que se recomenda o uso de determinados tratamentos em

[1] Aceito para publicação em 22 de janeiro de 1988
Parte da tese do primeiro autor, apresentada ao Departamento de Matemática e Estatística da Esc. Sup. de Agric. "Luiz de Queiroz", USP, para a obtenção do título de Doutor em Agronomia - Área de Concentração: Estatística e Experimentação Agronômica.

[2] Eng. - Agr., Dr., EMBRAPA/Centro Nacional de Pesquisa de Milho e Sorgo (CNPMS), Caixa Postal 151, CEP 35700 Sete Lagoas, MG.

[3] Eng. Agr., Dr., Prof.-Titular, USP/Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" (ESALQ), Dep. de Matemática e Estatística, Caixa Postal 9, CEP 13400 Piracicaba, SP.

todos os blocos. Isto ocorre, por exemplo, quando se deseja comparar alguns tratamentos novos com outros, de comportamento já conhecido, e que atuam como controle ou testemunha (Ferreira 1980).

Kalin (1966) e Ferreira (1980) consideraram esse tipo de ensaio para o caso de blocos incompletos balanceados (BIB). As soluções para os efeitos dos tratamentos são obtidas por Kalin (1966) através dos métodos de análise: intrablocos, interblocos e combinação dos anteriores. Ferreira (1980) apresentou a análise intrablocos.

Pimentel-Gomes & Viegas (1978) apresentaram um método de análise intrablocos para experimentos em reticulados quadrados considerando i repetições ortogonais não repetidas, e um tratamento comum adicionado em cada bloco.

No presente trabalho considerou-se o caso geral onde c tratamentos comuns são incluídos em todos os blocos de um reticulado quadrado com i repetições ortogonais repetidas n vezes. O objetivo é apresentar um método de análise intrablocos para esse tipo de ensaio.

MATERIAL E MÉTODOS

O desenvolvimento da metodologia baseia-se em um ensaio em reticulado quadrado, aumentado pela adição de alguns tratamentos comuns a todos os blocos.

O delineamento inicial, sem os tratamentos comuns, é caracterizado pelos seguintes parâmetros: k (número de parcelas por bloco), $v = k^2$ (número de tratamentos, designados de regulares), b (número de blocos), i (número de repetições ortogonais), n (número de vezes que as repetições ortogonais são repetidas) e $r = ni$ (número de repetições dos tratamentos). Define-se ainda o parâmetro λ_{ss^*}, que é igual a n, para os tratamentos que aparecem juntos no mesmo bloco (primeiros associados), e igual a zero, para os tratamentos que não aparecem juntos no mesmo bloco (segundos associados).

A inclusão de c tratamentos, designados comuns, em cada bloco do experimento, resulta em um delineamento aumentado com os seguintes parâmetros: $k' = k + c$ (número de parcelas por bloco), $v' = v + c$ (número total de tratamentos), $b' = b$ (número de blocos), $i' = i$ (número de repetições ortogonais), $n' = n$ (número de vezes que as repetições ortogonais são repetidas), r' (número de repetições dos tratamentos) e $\lambda_{uu'}$ (número de blocos onde os tratamentos u e u' ocorrem juntos). Pode-se verificar que: $r' = r$, para tratamentos regulares, $r' = b$, para tratamentos comuns; $\lambda_{uu'} = \lambda_{ss^*}$, para os tratamentos regulares s e s*. $\lambda_{uu'} = b$, para dois tratamentos comuns e $\lambda_{uu'} = r$, para um tratamento regular e outro comum.

Para o delineamento em questão supõe-se o modelo linear de efeito fixo: $Y_{uh} = m + t_u + b_h + e_{uh}$, onde y_{uh} é a observação do u-ésimo tratamento no h-ésimo bloco; m é a média geral, t_u é o efeito do u-ésimo tratamento ($u = 1, 2, \ldots, v'$); b_h é o efeito do h-ésimo bloco ($h = 1, 2, \ldots, b$); e_{uh} é o erro experimental associado à observação y_{uh}, onde se supõe que os e_{uh}'s são independentes e normalmente distribuídos, com média zero e variância σ^2. O efeito t_u envolve t_s ($s = 1, 2, \ldots, v$) e $t_{s'}$ ($s' = 1, 2, \ldots, c$), que são os efeitos dos tratamentos regulares e comuns, respectivamente.

As equações normais, obtidas conforme Kempthorne (1952) e Pimentel-Gomes (1967), tem os seguintes coeficientes:

$c_{ss} = \frac{r(k'-1)}{k'}$, para os tratamentos regulares;

$c_{ss^*} = c_{s^*s} = -\frac{n}{k'}$, para dois tratamentos regulares quaisquer que sejam primeiros associados;

$c_{ss^*} = c_{s^*s} = 0$, para dois tratamentos regulares quaisquer que sejam segundos associados;

$c_{s's'} = \frac{b(k'-1)}{k'}$, para os tratamentos comuns;

$c_{s's'^*} = c_{s'^*s'} = \frac{b}{k'}$, para quaisquer dois tratamentos comuns;

$c_{ss'} = c_{s's} = \frac{r}{k'}$, para um tratamento regular e outro comum.

Para exemplificar, seja um experimento com nove tratamentos regulares em reticulado quadrado duplo mais dois tratamentos comuns (A e B), distribuídos como a seguir:

Bloco 1:	1	2	3	A	B	Bloco 4:	1	4	7	A	B
Bloco 2:	4	5	6	A	B	Bloco 5:	2	5	8	A	B
Bloco 3:	7	8	9	A	B	Bloco 6:	3	6	9	A	B

Assim, a equação correspondente ao tratamento regular 1 é:

$$\frac{r(k'-1)}{k'}\hat{t}_1 - \frac{n}{k'}\hat{t}_2 - \frac{n}{k'}\hat{t}_3 - \frac{n}{k'}\hat{t}_4 - \frac{n}{k'}\hat{t}_7 - \frac{r}{k'}\hat{t}_A - \frac{r}{k'}\hat{t}_B = Q_1.$$

e para o tratamento comum A é:

$$-\frac{r}{k'}\hat{t}_1 - \frac{r}{k'}\hat{t}_2 - \ldots - \frac{r}{k'}\hat{t}_9 - \frac{b}{k'}\hat{t}_B + \frac{b(k'-1)}{k'}\hat{t}_A = Q_A$$

De forma geral, as equações normais, para o tratamento regular s e o tratamento comum s', podem ser apresentadas nas seguintes formas:

$$r(k'-1)\,\hat{t}_s - n\,S_1(\hat{t}_s) - r\sum_{s'=1}^{c}\hat{t}_{s'} = k'Q_s,$$

$$bk'\hat{t}_{s'} - r\sum_{s=1}^{v}\hat{t}_s - b\sum_{s'=1}^{c}\hat{t}_{s'} = k'Q_{s'},$$

onde $S_1(\hat{t}_s)$ representa a soma dos efeitos dos tratamentos regulares que sejam primeiros associados dos s-ésimo tratamento, e Q_s e $Q_{s'}$ são definidos como:

$$Q_s = T_s - \frac{A_s}{k'};\quad Q_{s'} = T_{s'} - \frac{G}{k'},$$

sendo T_s o total das parcelas que contêm o s-ésimo tratamento regular, A_s o total dos blocos que contêm o s-ésimo tratamento regular, $T_{s'}$ o total das parcelas que contêm o s'-ésimo tratamento comum e G o total geral.

Visto que a matriz $C = (c_{uu'})$, que define o sistema de equações normais, é singular, admite-se a restrição $r\sum_{s=1}^{v}\hat{t}_s + b\sum_{s=1}^{c}\hat{t}_{s'} = 0$. Dessa forma a solução para os efeitos dos tratamentos comuns é obtida imediatamente.

Considerando-se a equação para o efeito do s-ésimo tratamento regular, e usando-se o mesmo procedimento de Chakrabarti (1962), adaptado para o problema aqui discutido, obtêm-se as seguintes expressões:

$$k'S_1(Q_s) + \frac{(i-k)(k-1)}{k}\sum_{s'=1}^{c} Q_{s'} = a_{11}S_1(\hat{t}_s) + a_{12}S_2(\hat{t}_s)$$

$$k'S_2(Q_s) + \frac{1}{ks}\sum_{s'=1}^{c} Q_{s'} = a_{21}S_1(\hat{t}_s) + a_{22}S_2(\hat{t}_s),$$

onde $S_1(Q_s)$ e $S_2(Q_s)$ são as somas dos Q's correspondentes aos tratamentos primeiros e segundos associados do s-ésimo tratamento, respectivamente; $S_1(\hat{t}_s)$ e $S_2(\hat{t}_s)$ são as somas dos efeitos dos tratamentos primeiros e segundos associados do s-ésimo tratamento, respectivamente, e ainda,

$$a_{11} = n[k(2i-1) + i(c-i+1)];\quad a_{12} = r(k-i);$$

$$a_{21} = -n(i-1)(k-i+1);\quad a_{22} = r(c+i-1)$$

A partir dessas expressões obtém-se a solução para os efeitos dos tratamentos regulares.

RESULTADOS

Os efeitos do s-ésimo tratamento regular e do s'-ésimo tratamento comum são obtidos através das seguintes expressões:

$$\hat{t}_s = \frac{1}{r(k'-1)\Delta}\{k'[(\Delta-B)Q_s + (A-B)S_1(Q_s)] - \frac{1}{k}(\Delta-k'B)\sum_{s=1}^{v}Q_s\}$$

$s = 1, 2, \ldots v,$

$$\hat{t}_{s'} = \frac{1}{b}Q_{s'},\quad s' = 1, 2, \ldots c,$$

onde $A = n^2\, i(c+i-1)$,
$B = -n^2\, i(k-i)$, $\Delta = n^2\, ik'(ik'-k)$.

Observa-se que os valores de A, B e Δ dependem unicamente dos parâmetros do delineamento experimental utilizado. Esses valores podem ser mais facilmente obtidos através da Tabela 1.

A soma de quadrados de tratamentos, ajustada para blocos, é dada por SQTaj. $= \sum_{s=1}^{v}\hat{t}_sQ_s + \sum_{s'=1}^{c}\hat{t}_{s'}Q_{s'}$ e pode ser decomposta em: soma de quadrados entre tipos de tratamentos (SQTipos), soma de quadrados de tratamentos regulares ajustada (SQTreg. ajust.) e soma de quadrados de tratamentos comuns (SQTcom.). As expressões dessas somas de quadrados são:

$$\text{SQTipos} = \frac{k'}{rvc}\left(\sum_{s=1}^{v}Q_s\right)^2;$$

$$\text{SQTreg. ajust.} = \frac{k'}{r(k'-1)\Delta}\{(\Delta-B)(\sum_{s=1}^{v}Q_s^2) + (A-B)\sum_{s=1}^{v}Q_sS_1(Q_s) - \frac{1}{k'}[\frac{\Delta(k+k'-1)}{kk'} - B]\left(\sum_{s=1}^{v}Q_s\right)^2\};$$

$$\text{SQTcom.} = \frac{1}{b}\sum_{s'=1}^{c}T_{s'}^2 - \frac{1}{bc}\left(\sum_{s'=1}^{c}T_{s'}\right)^2 = \frac{1}{b}\sum_{s'=1}^{c}Q_{s'}^2 - \frac{1}{bc}\left(\sum_{s'=1}^{c}Q_{s'}\right)^2$$

TABELA 1. Valores dos parâmetros A, B e Δ para alguns tipos de reticulados com número de tratamentos regulares variável e c tratamentos comuns.

Tipo de reticulado	Parâmetros	Número de tratamentos regulares							
		25	36	49	64	81	100	121	144
Duplo	*A	$2c + 2$	$2c + 2$	$2c + 2$	$2c + 2$	$2c + 2$	$2c + 2$	$2c + 2$	$2c + 2$
	B	-6	-8	-10	-12	-14	-16	-18	-20
	Δ	$4c^2 + 30c + 50$	$4c^2 + 36c + 72$	$4c^2 + 42c + 98$	$4c^2 + 48c + 128$	$4c^2 + 54c + 162$	$4c^2 + 60c + 200$	$4c^2 + 66c + 242$	$4c^2 + 72c + 288$
Triplo	A	$3c + 6$	$3c + 6$	$3c + 6$	$3c + 6$	$3c + 6$	$3c + 6$	$3c + 6$	$3c + 6$
	B	-6	-9	-12	-15	-18	-21	-24	-27
	Δ	$9c^2 + 75c + 150$	$9c^2 + 90c + 216$	$9c^2 + 105c + 294$	$9c^2 + 120c + 384$	$9c^2 + 135c + 486$	$9c^2 + 150c + 600$	$9c^2 + 165c + 726$	$9c^2 + 180c + 864$
Quádruplo	A	$4c + 12$	$4c + 12$	$4c + 12$	$4c + 12$	$4c + 12$	$4c + 12$	$4c + 12$	$4c + 12$
	B	-4	-8	-12	-16	-20	-24	-28	-32
	Δ	$16c^2 + 140c + 300$	$16c^2 + 168c + 432$	$16c^2 + 196c + 588$	$16c^2 + 224c + 768$	$16c^2 + 252c + 972$	$16c^2 + 280c + 1200$	$16c^2 + 308c + 1452$	$16c^2 + 336c + 1728$
Simples Duplicado	A	$8c + 8$	$8c + 8$	$8c + 8$	$8c + 8$	$8c + 8$	$8c + 8$	$8c + 8$	$8c + 8$
	B	-24	-32	-40	-48	-56	-64	-72	-80
	Δ	$16c^2 + 120c + 200$	$16c^2 + 144c + 288$	$16c^2 + 168c + 392$	$16c^2 + 192c + 512$	$16c^2 + 216c + 648$	$16c^2 + 240c + 800$	$16c^2 + 264c + 968$	$16c^2 + 288c + 1152$
Quintuplo	A	$5c + 20$	$5c + 20$	$5c + 20$	$5c + 20$	$5c + 20$	$5c + 20$	$5c + 20$	$5c + 20$
	B	0	-5	-10	-15	-20	-25	-30	-35
	Δ	$25c^2 + 225c + 600$	$25c^2 + 270c + 720$	$25c^2 + 315c +$ 9[illegible]	$25c^2 + 360c + 1280$	$25c^2 + 405c + 1620$	$25c^2 + 450c + 2000$	$25c^2 + 495c + 2420$	$25c^2 + 540c + 2880$

As demais somas de quadrados da análise de variância são calculadas da maneira usual, ou seja,

$$\text{SQTotal} = \sum_{u,h} Y_{uh}^2 - C; \quad \text{SQRep.} = \frac{1}{kk'} \sum_{i=1}^{r} R_i^2 - C;$$

$$\text{SQBd.} = \frac{1}{k'} \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{k} B_{ij}^2 - \frac{1}{kk'} \sum_{i=1}^{r} R_i^2;$$

$$\text{SQR} = \text{SQTotal} - \text{SQTaj.} - \text{SQRep.} - \text{SQBd.},$$

onde R_i é o total da i-ésima repetição, B_{ij} é o total do j-ésimo bloco na i-ésima repetição e $C = G^2/(bk')$.

A Tabela 2 apresenta o esquema geral da análise de variância e mostra a decomposição da soma de quadrados de tratamentos em: tipos de tratamentos (regulares e comuns), entre tratamentos regulares e entre tratamentos comuns.

As estimativas das médias dos tratamentos, ajustadas para blocos, são dadas por:
$\hat{m}_s = \hat{m} + \hat{t}_s = G/(bk') + \hat{t}_s$, $(s = 1, 2, \ldots, v)$, para os tratamentos regulares, e
$\hat{m}_{s'} = \hat{m} + \hat{t}_{s'} = T_{s'}/b$, $(s' = 1, 2, \ldots, c)$, para os tratamentos comuns.

Para se obter a variância da estimativa de um contraste entre duas médias de tratamentos, quatro casos devem ser considerados:

i) Contraste entre dois tratamentos regulares primeiros associados (ocorrem juntos em um dado bloco).

$$\text{Var}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s^*}) = V_1 = \frac{2k'\sigma^2}{r(k'-1)} \left(1 - \frac{A}{\Delta}\right)$$

ii) Contraste entre dois tratamentos regulares segundos associados (não ocorrem juntos em nenhum bloco).

$$\text{Var}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s^*}) = V_2 = \frac{2k'\sigma^2}{r(k'-1)} \left(1 - \frac{B}{\Delta}\right)$$

iii) Contraste entre um tratamento regular e outro comum

$$\text{Var}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s'}) = V_3$$

$$= \frac{k'\sigma^2}{rk(k'-1)} \left[1 + \frac{kk'-2}{k'} - \frac{(k-1)B}{\Delta}\right]$$

iv) Contraste entre dois tratamentos comuns

$$\text{Var}(\hat{m}_{s'} - \hat{m}_{s'^*}) = V_4 = \frac{2\sigma^2}{b}$$

No caso do reticulado quadrado clássico, as variâncias das estimativas dos contrastes entre médias de dois tratamentos regulares são dadas por

$$\text{Var}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s^*}) = V_1' = \frac{2\sigma^{*2}}{r} \left(1 + \frac{1}{k}\right),$$ para dois tratamentos primeiros associados, e

$$\text{Var}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s^*}) = V_2' = \frac{2\sigma^{*2}}{r} \left[1 + \frac{i}{k(i-1)}\right],$$ para dois tratamentos segundos associados, onde σ^{*2} é a variância do erro experimental.

Supondo-se que $\sigma^{*2} = \sigma^2$, as razões (R_1 e R_2) entre essas variâncias e aquelas dadas pelo novo delineamento são

$$R_1 = \frac{V_1'}{V_1} = \frac{(k+1)(k'-1)\Delta}{k'k(\Delta - A)},$$ para os tratamentos regulares primeiros associados, e

$$R_2 = \frac{V_2'}{V_2} = \frac{[k(i-1)+i](k'-1)\Delta}{k'k(i-1)(\Delta - B)},$$ para os tratamentos regulares segundos associados.

Pode-se demonstrar que $R_1 > 1$ e também $R_2 > 1$. Logo, conclui-se que, no novo delinea-

TABELA 2. Esquema da análise de variância de um ensaio em reticulado quadrado com k^2 tratamentos regulares e c tratamentos comuns.

Causas da variação	GL	SQ	QM
Repetições	r - 1	SQRep.	
Blocos/repetições (não ajust.)	r(k - 1)	SQBd.	
Tratamentos (ajustados)	v' - 1	SQTag.	SQTaj./(v' - 1)
Tipos de tratamentos	1	SQTipos	SQTipos
Trat. regulares (ajustados)	v - 1	SQTreg. ajust.	SQTreg. ajust./(v - 1)
Trat. comuns	c - 1	SQTcom.	SQTcom./(c - 1)
Resíduo	bk' - v' - b + 1	SQR	SQR/(bk' - v' - b - 1)
Total	bk' - 1	SQTotal	

mento, as comparações entre os tratamentos regulares são mais precisas que as obtidas no reticulado quadrado clássico.

Exemplo numérico

Como exemplo de aplicação do método proposto, considera-se um experimento com 9 tratamentos regulares em reticulado quadrado duplo (2 repetições), mais 2 tratamentos comuns (A e B). Os dados (fictícios) são apresentados na Tabela 3.

Os parâmetros do delineamento, sem os tratamentos comuns, são:

$k = 3,\ v = k^2 = 9,\ b = 6,\ i = 2,\ n = 1,\ r = ni = 2.$

Com a inclusão dos c = 2 tratamentos comuns resulta que:

$v' = v + c = 11$ e $k' = k + c = 5.$

Tem-se ainda: $A = 6$, $B = -2$ e $\Delta = 70$.

A análise de variância pode ser desenvolvida com o auxílio da Tabela 4. Dessa forma tem-se:

$$SQTaj. = \sum_{s=1}^{v} \hat{t}_s Q_s + \sum_{s'=1}^{c} \hat{t}_{s'} Q_{s'} = 5{,}3619$$

$$SQTipos = \frac{k'}{rvc}\left(\sum_{s=1}^{v} Q_s\right)^2 = \frac{5}{36}(-2{,}1400)^2 = 0{,}6361$$

$$SQTcom. = \frac{1}{b}\sum_{s'=1}^{c} Q_{s'}^2 - \frac{1}{bc}\left(\sum_{s'=1}^{c} Q_{s'}\right)^2 = \frac{2{,}4148}{6} - \frac{(2{,}1400)^2}{12} = 0{,}0208$$

$$SQTreg.\ (ajust.) = \frac{k'}{r(k'-1)\Delta}\left\{(\Delta - B)\sum_{s=1}^{v} Q_s^2 + (A - B)\sum_{s=1}^{v} Q_s S_1(Q_s) - \frac{1}{k}\left[\frac{\Delta(k + k' - 1)}{kk'} - B\right]\left(\sum_{s=1}^{v} Q_s\right)^2\right\}$$; logo,

TABELA 3. Dados de um experimento fictício para exemplificar a utilização do método proposto. (Os números entre parênteses indicam os tratamentos regulares e as letras, os comuns).

										Totais dos blocos
				Primeira repetição						
(1)	2,0	(2)	3,0	(3)	2,2	(A)	3,0	(B)	3,2	13,4
(4)	3,9	(5)	2,3	(6)	2,5	(A)	2,8	(B)	2,6	14,1
(7)	1,4	(8)	1,7	(9)	1,6	(A)	2,0	(B)	2,2	8,9
Total de repetição										36,4
				Segunda repetição						
(1)	3,0	(4)	4,4	(7)	3,7	(A)	3,0	(B)	3,2	17,3
(2)	1,8	(5)	1,9	(8)	2,0	(A)	3,2	(B)	2,8	11,7
(3)	1,7	(6)	2,9	(9)	1,4	(A)	2,5	(B)	2,0	10,5
Total de repetição										39,5

TABELA 4. Tabela auxiliar da análise de variância, para o experimento fictício.

Tratamentos regulares	T_s	A_s	Q_s	Q_s^2	$S_1(Q_s)$	$Q_sS_1(Q_s)$	$\hat{t}_s$	$\hat{m}_s$
1	5,0	30,7	-1,1400	1,2996	0,7800	-0,8892	-0,5752	1,9548
2	4,8	25,1	-0,2200	0,0484	-3,4000	0,7480	-0,2824	2,2476
3	3,9	23,9	-0,8800	0,7744	-1,7600	1,5488	-0,5895	1,9405
4	8,3	31,4	2,0200	4,0804	-1,7600	-3,5552	1,2747	3,8047
5	4,2	25,8	-0,9600	0,9216	1,8600	-1,7856	-0,3824	2,1476
6	5,4	24,6	0,4800	0,2304	-0,7000	-0,3360	0,3605	2,8905
7	5,1	26,2	-0,1400	0,0196	-0,4200	0,0588	-0,0181	2,5119
8	3,7	20,6	-0,4200	0,1764	-2,2000	0,9240	-0,3252	2,2048
9	3,0	19,4	-0,8800	0,7744	-0,9600	0,8448	-0,5324	1,9976
$\sum_{s=1}^{v}$	43,4		-2,1400	8,3252		-2,4416		
Tratamentos comuns	$T_{s'}$	G	$Q_{s'}$	$Q_{s'}^2$			$\hat{t}_{s'}$	$\hat{m}_{s'}$
A	16,5	75,9	1,3200	1,7424			0,2200	2,7500
B	16,0	75,9	0,8200	0,6724			0,1367	2,6667
$\sum_{s'=1}^{c}$	32,5		2,1400	2,4148				

$$\text{SQTreg. (ajust.)} = \frac{5}{560}\left\{72(8,3252) + 8(-2,416) - \frac{1}{3}\left[\frac{70(7)}{15} + 2\right](-2,1400)^2\right\} = 4,7050$$

As demais somas de quadrados, calculadas da maneira usual são:

SQTotal = 16,3830; SQRep. = 0,3203;
SQBd. = 8,4547; SQR = 2,2461

O quadro da análise de variância é apresentado na Tabela5.

As estimativas das variâncias das estimativas dos contrastes entre médias de dois tratamentos são:

i) Contraste entre médias de dois tratamentos regulares primeiros associados:

$$\text{Var}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s^*}) = \frac{2k'QMR}{r(k'-1)}\left(1 - \frac{A}{\Delta}\right) =$$

$$\frac{10(0,1604)}{8}\left(1 - \frac{6}{70}\right) = 0,1833$$

ii) Contraste entre médias de dois tratamentos regulares segundos associados:

TABELA 5. Análise da variância de um experimento fictício para exemplificar o método proposto.

Causas de variação	GL	SQ	QM	F
Repetições	1	0,3203	0,3203	
Blocos d. repetições	4	8,4547	2,1137	
Tratamentos (aj.)	10	5,3619	0,5362	3,34*
Tipos de Trat.	1	0,6361	0,6361	3,96
Trat. regulares (aj.)	8	4,7050	0,5881	3,66*
Trat. comuns	1	0,0208	0,0208	<1,00
Resíduo	14	2,2461	0,1604	
Total	29			

* Significativo ao nível de 5% de probabilidade.

$$\text{Var}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s^*}) = \frac{2k'QMR}{r(k'-1)}\left(1 - \frac{B}{\Delta}\right) =$$

$$\frac{10(0,1604)}{8}\left(1 + \frac{2}{70}\right) = 0,2062$$

iii) Contraste entre um tratamento regular e outro comum:

$$\text{Var}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s'}) = \frac{k'QMR}{rk(k'-1)}\left[1 + \frac{kk'-2}{k'} - \frac{(k-1)B}{\Delta}\right] =$$

$$\frac{5(0{,}1604)}{24}\left[1+\frac{13}{5}+\frac{4}{70}\right]=0{,}1222$$

iv) Contraste entre médias de dois tratamentos comuns:

$$Var(\hat{m}_{s'}-\hat{m}_{s'^*})=\frac{2QMR}{b}=\frac{2(0{,}1604)}{6}=0{,}0535$$

As razões R_1 e R_2 são:

$$R_1=\frac{(k+1)(k'-1)\Delta}{k'k(\Delta-A)}=\frac{(4)(4)(70)}{15(64)}=1{,}167;$$

$$R_2=\frac{[k(i-1)+i](k'-1)\Delta}{k'k(i-1)(\Delta-B)}=\frac{5(4)(70)}{15(72)}=1{,}296.$$

Logo, em relação ao reticulado quadrado clássico, o novo delineamento proporcionou aumentos de 16,7% e 29,6% nas precisões das comparações entre os tratamentos regulares primeiros associados e segundos associados, respectivamente.

REFERÊNCIAS

CHAKRABARTI, M.C. Mathematics of design and analysis of experiments. London, Asia Publishing House, 1962. 120p.

FERREIRA, J.G. Análise intrablocos de um experimento em blocos incompletos equilibrados, aumentado pela adição de alguns tratamentos comuns a todos os blocos. Piracicaba, ESALQ, 1980. 57. Tese Mestrado.

KALIN, A. Versuchsanordnungen in unvollstandigen Blocken mit zusatzlichen Kontrollbehandlungen in jeden Block. Metrika, 10:182-218, 1966.

KEMPTHORNE, O. The design and analysis of experiments. New York, Wiley, 1952. 632p.

PIMENTEL-GOMES, F. & VIEGAS, G.P. Experiments in square lattice with a common treatment in all blocks. R. Agric., Piracicaba, 53:35-43, 1978.

PIMENTEL-GOMES, F. The solution of normal equations of experiments in incomplete blocks. Ci. e Cult., 20:733-46, 1967.