

# COMPARAÇÃO DE ESTIMADORES DE COMPONENTES DE VARIÂNCIA EM DOIS MODELOS GENÉTICO-ESTATÍSTICOS DE CRUZAMENTOS<sup>1</sup>

JOSÉ CARLOS SERAPHIN<sup>2</sup>, DÉCIO BARBIN<sup>3</sup> e FRANCISCO JOSÉ P. ZIMMERMANN<sup>4</sup>

**RESUMO** - Foram comparados numericamente os estimadores de componentes de variância, ajuste de constantes, máxima verossimilhança e estimadores quadráticos não tendenciosos de mínima variância - MIVQUE -, para os modelos propostos por Comstock & Robinson (1948, 1952), equivalentes aos modelos de classificação hierárquica, aleatório, e fatorial, misto, com interação, usando como principal critério de comparação o erro quadrático médio. Os dados foram simulados a partir da distribuição normal, para cada modelo estudado, considerando-se duas relações de variâncias,  $\sigma_1^2/\sigma^2$ , onde  $\sigma_1^2$  é a variância do efeito aleatório, exceto o erro; e  $\sigma^2$  é a variância do erro, tomando-se para cada uma os casos balanceados e não balanceados, com 5% de parcelas ou "células" vazias. Dentre os três métodos estudados, deve-se preferir o método MIVQUE caso os recursos computacionais sejam de fácil acesso, dada a sua rapidez e eficiência como estimador, embora, uniformemente, entre este e o ajuste de constantes, nenhum seja melhor que o outro para os modelos estudados.

Termos para indexação: erro quadrático médio, simulação.

## COMPARISON OF VARIANCE COMPONENTS ESTIMATORS IN TWO STATISTICAL-GENETIC MODELS OF CROSSES

**ABSTRACT** - A numeric comparison was made, of the variance components estimators, constant adjustments, maximum likelihood and minimum variance quadratic unbiased estimator (MIVQUE), for the models proposed by Comstock & Robinson (1948, 1952). They are equivalents to the models of random hierarchic classification, and mixed factorial with interaction, using as the main comparison criterium the mean squared error. The data were simulated from the normal distribution, for each model, considering two variance relations,  $\sigma_1^2/\sigma^2$ , where  $\sigma_1^2$  is the variance of the random effect, but not the error, and  $\sigma^2$  is the error variance, taking for each case the balanced and unbalanced datas, with 5% of empty units (cells). Among the three methods, the MIVQUE will be preferable, if the computational resources are easily available, because of its speed and efficiency as estimator. Even though, uniformly, between this one and the constant adjustment method, one is not better than the other for the models studied.

Index terms: mean square error, simulation.

## INTRODUÇÃO

A importância e aplicação dos componentes de variância, tanto no melhoramento vegetal quanto

animal e em outras áreas, tal como a médica e a industrial, tem levado os pesquisadores a se preocuparem em melhor estimá-los, obtendo, desta forma, estimativas mais precisas e representativas de uma população.

A existência de vários métodos de estimação de componentes de variância tem permitido o aumento nas opções de escolha, embora a eficiência desses métodos seja ainda bastante discutida, como pode ser observado, por exemplo, em Searle (1971a, b) e Harville (1977).

Muitos trabalhos sobre estimadores de componentes de variância têm sido realizados. Na sua maioria, esses trabalhos se dedicam aos estudos dos

<sup>1</sup> Aceito para publicação em 14 de junho de 1989.

Parte da dissertação de Mestrado do primeiro autor em Agron., Estat. Exp., ESALQ/USP, Piracicaba, SP.

<sup>2</sup> Eng. - Agr., M.Sc., Empresa Goiana de Pesquisa Agropecuária (EMGOPA), Caixa Postal 49, CEP 74130, Goiânia, GO.

<sup>3</sup> Prof. - Titular, Dr., Dep. de Mat. e Estat., ESALQ/USP, Caixa Postal 9, CEP 13400, Piracicaba, SP.

<sup>4</sup> Eng. - Agr., Ph.D., Centro Nacional de Pesquisa de Arroz e Feijão (CNPAP/EMBRAPA), Caixa Postal 179, CEP 74000 Goiânia, GO.

estimadores isoladamente, sem a preocupação de fazer um estudo comparativo deles. Talvez isso se deva às dificuldades em mostrar que um método é melhor que outro, dadas as características e propriedades peculiares de cada método, dependendo do modelo considerado.

A comparação de vários estimadores de componentes de variância tem sido feita usando-se como medida de desempenho o erro quadrático médio. Klotz et al. (1969) estudaram o erro quadrático médio de vários estimadores no modelo inteiramente ao acaso, balanceado.

Corbeil & Searle (1976b), usando como critério de comparação o erro quadrático médio, apresentaram comparações entre os estimadores de máxima verossimilhança, máxima verossimilhança restrita, método 2 e 3 de Henderson e um método iterativo, para vários modelos, com dados balanceados e não balanceados.

Pretende-se, portanto, observar o comportamento de três métodos de estimação dos componentes de variância, em dois modelos lineares genético-estatísticos de cruzamentos, para dados balanceados e não balanceados, em duas relações de variâncias, fazendo comparações em termos numéricos, usando critérios estatísticos, entre eles o erro quadrático médio.

## MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados foram gerados por simulação. A simulação e análise dos métodos de estimação de componentes de variância foram realizadas em um computador IBM 4341, com 4 mb, usando os procedimentos do SAS (Statistical Analysis System).

Os modelos através dos quais foram feitas as comparações, denominados, por nós, de modelos I e II, foram os genético-estatísticos de cruzamentos, propostos por Comstock & Robinson (1948, 1952) e referenciados em Hallauer & Miranda Filho (1981) como "Design I" e "Design III", e apresentados como modelo de classificação hierárquica, aleatório; e fatorial, misto, com interação, respectivamente, em Corbeil & Searle (1976b). Quando na sua forma particular, são expressos por:

Modelo I - Classificação hierárquica, aleatório:

$$y_{ijk} = u + m_i + f_{ij} + e_{ijk}, \quad (1)$$

para  $i = 1, \dots, I$   
 $j = 1, \dots, J$   
 $k = 1, \dots, K$

onde:

$y_{ijk}$  = k-ésima observação no cruzamento do i-ésimo macho com a j-ésima fêmea;

$u$  = média geral;

$m_i$  = efeito do i-ésimo macho;  $m_i$  é normal e independentemente distribuído com média zero e variância  $\sigma_m^2$ , isto é:

$$m_i \sim \text{NID}(0, \sigma_m^2);$$

$f_{ij}$  = efeito da j-ésima fêmea dentro do i-ésimo macho,  $f_{ij} \sim \text{NID}(0, \sigma_{f/m}^2)$ ;

$e_{ijk}$  = efeito do erro residual ou desvio da k-ésima observação do cruzamento do i-ésimo macho com a j-ésima fêmea

$$e_{ijk} \sim \text{NID}(0, \sigma^2),$$

Modelo II - Fatorial, misto, com interação:

$$Y_{ijk} = u + l_i + m_j + (lm)_{ij} + e_{ijk}, \quad (2)$$

para  $i = 1, 2$

$j = 1, \dots, J$

$k = 1, \dots, K$

onde:

$y_{ijk}$  = k-ésima observação do retrocruzamento da i-ésima linhagem com o j-ésimo macho;

$u$  = média geral;

$l_i$  = efeito da i-ésima linhagem, fixo;

$m_j$  = efeito do j-ésimo macho, da geração  $F_2$ ,  $m_j \sim \text{NID}(0, \sigma_m^2)$ ;

$(lm)_{ij}$  = efeito da interação da i-ésima linhagem com o j-ésimo macho,  $(lm)_{ij} \sim \text{NID}(0, \sigma_{lm}^2)$ ;

$e_{ijk}$  = efeito do erro residual ou desvio da k-ésima observação do retrocruzamento da i-ésima linhagem com o j-ésimo macho,  $e_{ijk} \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$ .

Para simulação dos dados e posterior análise e comparação dos métodos de estimação de componentes de variância, foram definidas duas relações de variâncias,  $\sigma_l^2/\sigma^2$ , onde  $\sigma_l^2$  é a variância dos efeitos aleatórios, com exceção do erro  $e$ ,  $\sigma^2$  a variância do erro. Em cada relação de variâncias foram tomados dados balanceados e não balanceados nos modelos adotados, definidos em (1) e (2).

As relações de variâncias adotadas foram 1/4 e 4, o erro considerado com variância um, e o nível de não balanceamento tomado foi de 5% das observações, equivalente a dez parcelas vazias.

Considerou-se, para o modelo I, dado em (1), dez machos e cinco fêmeas para cada macho, e para o modelo II, dado em (2), 25 machos e 50 interações

linhagem x macho. Cada um com quatro repetições e, conseqüentemente, com 200 observações.

Foram simulados 120 experimentos com 200 observações, para cada combinação modelo, relação de variâncias e condição de balanceamento ou não balanceamento, de acordo com as especificações anteriores, a partir da distribuição normal.

Os experimentos não balanceados foram gerados em três grupos, de 40 experimentos cada, onde as parcelas vazias eram obtidas aleatoriamente a partir da distribuição uniforme.

O estudo comparativo foi feito entre os métodos de ajuste de constantes (Henderson 1953), máxima verossimilhança - descrito inicialmente por Herbach (1959) -, e estimadores quadráticos não tendenciosos de mínima variância (Minimum Variance Quadratic Unbiased Estimator - MIVQUE) (Rao 1971).

O critério de comparação usado foi o da magnitude do erro quadrático médio (EQM), estudado por Klotz et al. (1969), e expresso conforme Mood et al. (1974, p.291-293). Este critério é um indicativo da eficiência do estimador, sendo que esta eficiência é maior quanto menor é o EQM.

Os 120 experimentos simulados em cada combinação-modelo, relação de variâncias e condição de balanceamento ou não balanceamento, foram subdivididos em três grupos, de 40 experimentos cada, para o cálculo dos EQM. Como em cada combinação foram estimados três componentes de variância, de acordo com o modelo para cada experimento, o EQM da k-ésima estimativa foi calculado a partir da expressão:

$$EQM(\hat{\sigma}_{kij}^2) = (\hat{\sigma}_{kij}^2 - \sigma_k^2)^2,$$

onde:

k = 1, 2, 3, representa o componente de variância, conforme modelo;

i = 1, 2, 3, representa o grupo dentro de cada combinação;

j = 1, 2, ..., 40, representa o experimento dentro de cada grupo.

Assim, considerou-se a média dos três grupos, ou seja, a média dos 120 experimentos, calculados como:

$$\frac{1}{120} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{40} \sum_{k=1}^3 EQM(\hat{\sigma}_{kij}^2) =$$

$$\frac{1}{120} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{40} \sum_{k=1}^3 (\hat{\sigma}_{kij}^2 - \sigma_k^2)^2 \quad (3)$$

Porém, quando o processo numérico usado para encontrar os estimadores de máxima verossimilhança não convergia para algum ou alguns experimentos, estes eram descartados e a expressão (3) era substituída pela expressão:

$$\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \left[ \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \sum_{k=1}^3 EQM(\hat{\sigma}_{kij}^2) \right] =$$

$$\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \left[ \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \sum_{k=1}^3 (\hat{\sigma}_{kij}^2 - \sigma_k^2)^2 \right] \quad (4)$$

onde: n<sub>i</sub> representa o número de experimentos no grupo i.

Considerando-se cada grupo como um bloco, sobre os valores das eficiências médias calculadas e sobre suas ordens dentro de cada bloco, foram feitas análises de variância e comparações de médias, pelo teste de Tukey a 5% de probabilidade, de acordo com um fatorial, para cada modelo em particular e em conjunto. De acordo com Conover (1980, p.377), considerou-se válida a análise sobre as ordens ("rank") das eficiências médias, embora as tabelas apresentadas mostrem os dados de eficiência, e não, de ordens.

Além do erro quadrático médio, considerou-se também o tempo gasto de CPU (Unidade Central de Processamento) para cada método em cada grupo, analisando-os da mesma forma que as eficiências, considerando-se válida a análise sobre as ordens. Ainda foram consideradas as estimativas médias para cada componente de variância, com o valor mínimo e o máximo encontrado para cada método em cada combinação, as estimativas negativas, para os métodos ajuste de constantes e MIVQUE, e os experimentos cujo processo numérico não convergiu, para o método de máxima verossimilhança.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

### Modelo I (Classificação hierárquica, aleatório)

Os resultados constantes na Tabela 1, mostram que em todas as situações estudadas, o método da máxima verossimilhança foi o que apresentou menor

**TABELA 1.** Medida de eficiência de diferentes métodos de estimação, baseada nas expressões (3) e (4), para o modelo I.

| Métodos de estimação   | Relação de variâncias . valores de $\sigma_m^2 = \sigma_f^2/m$<br>( $\sigma^2 = 1$ ) |                 |            |                 | Média    |
|------------------------|--|-----------------|------------|-----------------|----------|
|                        | 1/4  |                 | 4          |                 |          |
|                        | Balanceado   | Não balanceado* | Balanceado | Não balanceado* |          |
| Ajuste de constantes   | 0,0281 b   | 0,328 b         | 0,6035 b   | 0,7472 b        | 0,3529 b |
| Máxima verossimilhança | 0,0303 a   | 0,0349 a        | 1,3031 a   | 1,3255 a        | 0,6735 a |
| MIVQUE                 | 0,0281 b   | 0,0331 b        | 0,6035 b   | 0,7522 b        | 0,3542 b |

Os valores seguidos da mesma letra não são significativamente diferentes ao nível de 5% de probabilidade, pelo teste de Tukey.

\* 5% de parcelas vazias.

eficiência. Os métodos de ajuste de constantes e MIVQUE são estatisticamente equivalentes. Nota-se, ainda, independentemente da relação de variâncias considerada, que quando os dados são balanceados, eles são exatamente iguais, resultado semelhante ao obtido por Harville (1977).

Em cada relação de variância estudada, a eficiência dos métodos diminuiu ao passar-se de balanceado para não balanceado, o mesmo ocorrendo quando se mudou da menor para a maior relação de variâncias, o que pode também ser confirmado na Tabela 2.

O tempo gasto em CPU (Tabela 3) é estatisticamente diferente para os três métodos comparados. O método mais rápido foi o MIVQUE, e o mais lento, o da máxima verossimilhança, sendo aproximadamente 174 vezes mais demorado que o primeiro.

Enquanto o tempo aumenta da menor para a maior relação de variâncias para os métodos de ajuste de constantes, e MIVQUE, para o método da máxima verossimilhança, isto se processa de modo inverso. Este fato é devido à lentidão na convergência do procedimento iterativo para a pequena relação

**TABELA 2.** Tempo médio, em segundos por 40 experimentos, gasto de CPU para estimação de componentes de variância em diferentes métodos de estimação, no modelo I.

| Métodos de estimação   | Relação de variâncias . valores de $\sigma_m^2 = \sigma_f^2/m$<br>( $\sigma^2 = 1$ ) |                 |            |                 | Média    |
|------------------------|--|-----------------|------------|-----------------|----------|
|                        | 1/4  |                 | 4          |                 |          |
|                        | Balanceado   | Não balanceado* | Balanceado | Não balanceado* |          |
| Ajuste de constantes   | 5,85 b   | 4,63 b          | 6,10 b     | 4,86 b          | 5,36 b   |
| Máxima verossimilhança | 723,98 a   | 631,90 a        | 472,71 a   | 586,68 a        | 603,82 a |
| MIVQUE                 | 4,15 c   | 2,67 c          | 4,29 c     | 2,76 c          | 3,47 c   |

Os valores seguidos da mesma letra não são significativamente diferentes ao nível de 5% de probabilidade, pelo teste de Tukey.

\* 5% de parcelas vazias.

**TABELA 3. Estimativas, mínima, média e máxima para cada componente de variância, sobre 120 experimentos, a partir de diferentes métodos de estimação, no modelo I.**

| Relação de variâncias .<br>valores de<br>$\sigma_m^2 = \sigma_{f/m}^2$<br>( $\sigma^2 = 1$ ) | Condição<br>de<br>balanceamento | Métodos<br>de<br>estimação | Fator              |        |        |                        |        |        |                  |        |        |
|--|---------------------------------|----------------------------|--------------------|--------|--------|------------------------|--------|--------|------------------|--------|--------|
|  |                                 |                            | $\hat{\sigma}_m^2$ |        |        | $\hat{\sigma}_{f/m}^2$ |        |        | $\hat{\sigma}^2$ |        |        |
|  |                                 |                            | Mínima             | Média  | Máxima | Mínima                 | Média  | Máxima | Mínima           | Média  | Máxima |
| 1/4  | Balanc.                         | Aj. de const.              | 0,0368             | 0,2054 | 0,4637 | 0,0341                 | 0,2481 | 0,5797 | 0,6769           | 1,0143 | 1,2234 |
|  |                                 | Máx. veros.                | 0,0240             | 0,1762 | 0,4076 | 0,0341                 | 0,2470 | 0,5797 | 0,6769           | 1,0153 | 1,2114 |
|  |                                 | MIVQUE                     | 0,0368             | 0,2054 | 0,4637 | 0,0341                 | 0,2481 | 0,5797 | 0,6769           | 1,0143 | 1,2234 |
|  | Não Bal.*                       | Aj. de const.              | 0,0233             | 0,1997 | 0,5091 | 0,0434                 | 0,2580 | 0,6123 | 0,6746           | 0,0160 | 1,2520 |
|  |                                 | Máx. veros.                | 0,0135             | 0,1727 | 0,4496 | 0,0449                 | 0,2579 | 0,6051 | 0,6754           | 0,0155 | 1,2495 |
|  |                                 | MIVQUE                     | 0,0238             | 0,2010 | 0,5156 | 0,0532                 | 0,2566 | 0,6163 | 0,6835           | 1,0162 | 1,2486 |
| 4  | Balanc.                         | Aj. de const.              | 2,5397             | 3,3623 | 4,2621 | 3,1781                 | 3,9317 | 4,8628 | 0,6769           | 1,0143 | 1,2234 |
|  |                                 | Máx. veros.                | 2,1993             | 2,9408 | 3,7527 | 3,1781                 | 3,9319 | 4,8627 | 0,6769           | 1,0147 | 1,2234 |
|  |                                 | MIVQUE                     | 2,5393             | 3,3623 | 4,2621 | 3,1781                 | 3,9317 | 4,8628 | 0,6769           | 1,0143 | 1,2234 |
|  | Não Bal.*                       | Aj. de const.              | 2,4396             | 3,2686 | 4,3292 | 3,2211                 | 4,0310 | 4,9745 | 0,6746           | 1,0160 | 1,2520 |
|  |                                 | Máx. veros.                | 2,0824             | 2,9380 | 3,9106 | 3,1567                 | 3,9521 | 4,8573 | 0,6743           | 1,0157 | 1,2519 |
|  |                                 | MIVQUE                     | 2,3872             | 3,2881 | 4,3935 | 2,9650                 | 4,0142 | 5,0960 | 0,6380           | 1,0149 | 1,3233 |

Para o método de máxima verossimilhança não estão incluídos os experimentos cujas estimativas não convergiram.  
\* 5% de parcelas vazias.

de variâncias (Hocking & Kutner 1975), onde também ocorreu maior número de experimentos cujas estimativas dos componentes de variância não convergiram (Tabela 4).

Através das Tabelas 3 e 4, verifica-se que, embora não ocorrendo nenhuma estimativa negativa nos métodos ajuste de constantes e MIVQUE, obtiveram-se estimativas bem próximas de zero quando a relação de variâncias era pequena.

Na Tabela 3, que contém as estimativas de cada componente de variância, observa-se que as estima-

tivas dos componentes  $\sigma_{f/m}^2$  e  $\sigma^2$ , obtidas pelo método da máxima verossimilhança, diferem positiva ou negativamente quando comparadas com os outros dois métodos, para dados balanceados, quando deveriam ser iguais, uma vez que para esses dois componentes esses métodos são equivalentes, dando estimativas que são não-tendenciosas. Este fato talvez ocorra devido à não-convergência de algumas estimativas no processo iterativo, que não são levadas em consideração.

Para o componente  $\sigma_m^2$ , as estimativas obtidas

**TABELA 4. Número total de estimativas negativas nos métodos ajuste de constantes e MIVQUE, e de experimentos cujas estimativas dos componentes de variância não convergiram no método de máxima verossimilhança, em 120 experimentos, no modelo I.**

| Métodos de estimação   | Relação de variâncias . valores de $\sigma_m^2 = \sigma_{f/m}^2$<br>( $\sigma^2 = 1$ ) |                 |           |                 | Total |
|------------------------|--|-----------------|-----------|-----------------|-------|
|                        | 1/4  |                 | 4         |                 |       |
|                        | Balancado  | Não balanceado* | Balancado | Não balanceado* |       |
| Ajuste de constantes   | 0  | 0               | 0         | 0               | 0     |
| Máxima verossimilhança | 2  | 2               | 1         | 0               | 5     |
| MIVQUE                 | 0  | 0               | 0         | 0               | 0     |

\* 5% de parcelas vazias.

pelo método da máxima verossimilhança, as quais são tendenciosas, em todas as situações estudadas foram menores do que as estimativas dadas pelos outros dois métodos, fato também mencionado em Harville (1977).

### Modelo II (Fatorial misto, com interação)

Os métodos ajuste de constantes e MIVQUE foram estatisticamente iguais, e o método da máxima verossimilhança o mais eficiente (Tabela 5), embora, aparentemente, em termos médios, tenha maior erro quadrático médio, provavelmente influenciado apenas por uma situação discrepante estudada. Esta influência não foi detectada na análise das ordens, onde apresentou menor ordem, justificando, assim, sua maior eficiência. Este fato observado - maior eficiência -, foi também constatado por Corbeil & Searle (1976b) e Hocking & Kutner (1975).

Nas situações estudadas, com exceção do caso não balanceado na maior relação de variâncias, onde os métodos estudados são estatisticamente iguais, o método da máxima verossimilhança mostrou ter sempre maior eficiência (menor erro quadrático médio), o que é comprovado pela expressão (Ile) para (II) dada em Corbeil & Searle (1976b). Ainda por essa mesma expressão, quando se tem  $a = 2$  (níveis do efeito fixo), o caso presente, variando-se  $b$  (efeito aleatório) e  $n$  (número de repetições) sempre ter-se-ão os estimadores de máxima verossimilhança mais eficientes, para dados balanceados, em relação aos outros dois métodos.

Aqui, como no modelo I, a eficiência dos métodos diminui ao passar-se de balanceado para não balan-

ceado, em cada relação de variâncias, e também da menor para a maior relação.

Os resultados de tempo, mostrados na Tabela 6, evidenciam a rapidez do método MIVQUE em detrimento à lentidão do método da máxima verossimilhança, aproximadamente 425 vezes mais vagaroso.

Ao passar-se da menor para a maior relação de variâncias, o tempo gasto em CPU reduziu-se em todos os métodos. Esta relação foi mais evidente no método da máxima verossimilhança, com o menor tempo registrado em dados não balanceados, onde o procedimento iterativo convergiu muito rapidamente, como comprovado por Hocking & Kutner (1975), mas levando a superestimativas, como se vê na Tabela 5, pela magnitude da medida de eficiência (9,3167), e na Tabela 7.

A Tabela 7 mostra que, também neste modelo, o método da máxima verossimilhança dá subestimativas em relação aos outros métodos para as estimativas dos componentes que são tendenciosos,  $\sigma_m^2$  e  $\sigma_{lm}^2$ . Exceção deve ser feita ao caso não balanceado na maior relação de variâncias, onde ocorreram superestimativas, talvez por influência de um grupo de experimentos onde a convergência se deu muito rapidamente, resultando em estimativas muito discrepantes, podendo-se dizer que, aqui, a posição das parcelas vazias tiveram bastante peso no resultado final das estimativas, posições estas também referenciadas em Bush & Anderson (1963).

As estimativas negativas e os experimentos cujas estimativas não convergiram estão apresentados na Tabela 8. Observa-se que as estimativas negativas

**TABELA 5. Medida de eficiência de diferentes métodos de estimação, baseada nas expressões (3) e (4), para o modelo II.**

| Métodos de estimação   | Relação de variâncias . valores de $\sigma_m^2 = \sigma_{lm}^2$<br>( $\sigma^2 = 1$ ) |                 |            |                 | Média    |
|------------------------|---|-----------------|------------|-----------------|----------|
|                        | 1/4   |                 | 4          |                 |          |
|                        | Balanceado  | Não balanceado* | Balanceado | Não balanceado* |          |
| Ajuste de constantes   | 0,0509 a  | 0,0553 a        | 1,2146 a   | 1,5333 a        | 07135 a  |
| Máxima verossimilhança | 0,0459 b  | 0,0468 b        | 0,8880 b   | 9,3167 a        | 2,5744 b |
| MIVQUE                 | 0,0509 a  | 0,0589 a        | 1,2146 a   | 1,9387 a        | 0,8158 a |

Os valores seguidos da mesma letra não são significativamente diferentes ao nível de 5% de probabilidade, pelo teste de Tukey.

\* 5% de parcelas vazias.

TABELA 6. Tempo médio, em segundos por 40 experimentos, gastos de CPU para estimação de componentes de variância, em diferentes métodos de estimação, no modelo II.

| Métodos de estimação   | Relação de variâncias . valores de $\sigma_m^2 = \sigma_{lm}^2$<br>( $\sigma^2 = 1$ ) |                 |           |                 | Média     |
|------------------------|---|-----------------|-----------|-----------------|-----------|
|                        | 1/4   |                 | 4         |                 |           |
|                        | Balancado   | Não balanceado* | Balancado | Não balanceado* |           |
| Ajuste de constantes   | 6,63 b  | 5,60 b          | 6,74 b    | 5,49 b          | 6,12 b    |
| Máxima verossimilhança | 1905,43 a   | 1774,91 a       | 1454,51 a | 1062,02 a       | 1549,22 a |
| MIVQUE                 | 4,47 c  | 2,86 c          | 4,42 c    | 2,81 c          | 3,64 c    |

Os valores seguidos da mesma letra não são significativamente diferentes ao nível de 5% de probabilidade, pelo teste de Tukey.

\* 5% de parcelas vazias.

TABELA 7. Estimativas, mínima, média e máxima para cada componente de variância, sobre 120 experimentos, a partir de diferentes métodos de estimação, no modelo II.

| Relação de variâncias .<br>valores de<br>$\sigma_m^2 = \sigma_{lm}^2$<br>( $\sigma^2 = 1$ ) | Condição<br>de<br>balancamento | Métodos<br>de<br>estimação | Fator              |        |        |                       |        |         |                  |        |        |
|---|--------------------------------|----------------------------|--------------------|--------|--------|-----------------------|--------|---------|------------------|--------|--------|
|   |                                |                            | $\hat{\sigma}_m^2$ |        |        | $\hat{\sigma}_{lm}^2$ |        |         | $\hat{\sigma}^2$ |        |        |
|   |                                |                            | Mínima             | Média  | Máxima | Mínima                | Média  | Máxima  | Mínima           | Média  | Máxima |
| 1/4   | Balanc.                        | Aj. de const.              | -0,1319            | 0,2498 | 0,6406 | 0,0307                | 0,3111 | 0,9120  | 0,7435           | 1,0094 | 1,5015 |
|   |                                | Máx. veros.                | 0,0000             | 0,2421 | 0,6150 | 0,0195                | 0,2912 | 0,7401  | 0,7435           | 1,0109 | 1,5015 |
|   |                                | MIVQUE                     | -0,1319            | 0,2498 | 0,6406 | 0,0307                | 0,2111 | 0,9120  | 0,7435           | 1,0094 | 1,5015 |
|   | Não Bal.*                      | Aj. de const.              | -0,1774            | 0,2519 | 0,6633 | 0,0252                | 0,3147 | 0,9455  | 0,7196           | 1,0077 | 1,5228 |
|   |                                | Máx. veros.                | 0,0000             | 0,2475 | 0,6189 | 0,0022                | 0,2850 | 0,7251  | 0,7197           | 1,0065 | 1,5194 |
|   |                                | MIVQUE                     | -0,1953            | 0,2596 | 0,6946 | 0,0153                | 0,3173 | 0,9707  | 0,7262           | 0,9977 | 1,5061 |
| 4   | Balanc.                        | Aj. de const.              | 2,8133             | 3,9455 | 5,2485 | 3,8658                | 4,9057 | 6,4312  | 0,7435           | 1,0094 | 1,5015 |
|   |                                | Máx. veros.                | 2,7008             | 3,7875 | 5,0386 | 3,7012                | 4,6939 | 6,1652  | 0,7435           | 1,0107 | 1,5015 |
|   |                                | MIVQUE                     | 2,8133             | 3,9455 | 5,2485 | 3,8658                | 4,9057 | 6,4312  | 0,7435           | 1,0094 | 1,5015 |
|   | Não Bal.*                      | Aj. de const.              | 2,4216             | 3,9811 | 5,5094 | 3,8642                | 5,0100 | 6,6443  | 0,7196           | 1,0077 | 1,5228 |
|   |                                | Máx. veros.                | 2,7196             | 4,8591 | 9,3500 | 3,6805                | 5,8461 | 10,2751 | 0,7196           | 0,9680 | 1,5217 |
|   |                                | MIVQUE                     | 2,2300             | 4,0919 | 5,8084 | 3,9016                | 5,0634 | 6,6366  | 0,3588           | 0,8485 | 1,5432 |

Para o método de máxima verossimilhança não estão incluídos os experimentos cujas estimativas não convergiram.

\* 5% de parcelas vazias.

ocorreram na menor relação de variância, o que também aconteceu em Hocking & Kutner (1975) e em Corbeil & Searle (1976b). Os experimentos cujas estimativas não convergiram são mais frequentes, também, na menor relação de variâncias, diminuindo nesta ao passar-se do balanceado para o não balanceado, e aumentando na maior relação de variâncias ao mudar-se do balanceado para o não balanceado. Este fato confirma o que foi dito anteriormente, em termos de relação de variâncias que, onde o processo de convergências é mais lento, gasta-se mais tempo, e conseqüentemente, obtém-se maior número de experimentos cujas estimativas não convergem.

### Considerações conjuntas sobre os modelos I e II

Nenhum dos métodos - nem o de ajuste de constantes nem o MIVQUE - é uniformemente melhor do que o outro para os modelos estudados. Bush & Anderson (1963), Harville (1969) e Basson (1970) preferiram o primeiro desses métodos, dentre os métodos por eles considerados. Já o método da máxima verossimilhança, baseado somente nos dados de eficiência, é mais eficiente que os dois, apenas no modelo II, revelando ser problemático quanto ao fator tempo e convergência das estimativas, enquanto as estimativas negativas não constituíram

**TABELA 8.** Número total de estimativas negativas nos métodos de ajuste de constantes e MIVQUE, e de experimentos cujas estimativas dos componentes de variância não convergiram no método da máxima verossimilhança, em 120 experimentos, no modelo II.

| Métodos de estimação   | Relação de variâncias . valores de $\sigma_m^2 = \sigma_{lm}^2$<br>( $\sigma^2 = 1$ ) |                 |           |                 | Total |
|------------------------|---|-----------------|-----------|-----------------|-------|
|                        | 1/4   |                 | 4         |                 |       |
|                        | Balancedo   | Não balanceado* | Balancedo | Não balanceado* |       |
| Ajuste de constantes   | 1   | 1               | 0         | 0               | 2     |
| Máxima verossimilhança | 11  | 7               | 2         | 9               | 29    |
| MIVQUE                 | 1   | 1               | 0         | 0               | 2     |

\* 5% de parcelas vazias.

problema propriamente dito para os outros métodos, dada a sua baixa frequência.

Com base na identidade entre os métodos de ajuste de constantes e MIVQUE, por nós observada, nos dados balanceados, talvez pudesse ser dito que estes também são idênticos aos métodos de ANOVA, máxima verossimilhança restrita a MINQUE, na mesma condição, para dados balanceados, usando como suporte as discussões de Searle (1968), que afirma ser o método de ajuste de constantes idêntico ao de ANOVA; Corbeil & Searle (1976a), onde dizem que o método da máxima verossimilhança restrita é idêntico ao de ANOVA; Harville (1977), que mostra ser o método da máxima verossimilhança restrita idêntico ao MIVQUE e também ao de ajuste de constantes; e Rao (1971), onde o autor mostra que o método MINQUE é o mesmo MIVQUE sob condição de normalidade.

### CONCLUSÕES

1. Os métodos de ajuste de constantes e MIVQUE levam a resultados idênticos para dados balanceados.

2. Se os resultados computacionais forem de fácil acesso deve-se preferir o método MIVQUE, dada a sua rapidez e eficiência como estimador de componentes de variância, para os modelos estudados.

3. Caso esses recursos não estejam prontamente disponíveis, deve-se preferir o método de ajuste de

constantes, tão eficiente quanto o MIVQUE e de cálculo relativamente fácil para os modelos estudados.

4 O método da máxima verossimilhança também pode ser usado, para o modelo II (fatorial misto, com interação), desde que não se considere de fundamental importância a tendenciosidade e os problemas de convergência e tempo.

5. Os métodos estudados, de modo geral, revelaram-se mais eficientes quando a relação de variâncias é menor e também quando os dados são balanceados.

### REFERÊNCIAS

- BASSON, R.P. A comparison of variances of some estimators in the balanced incomplete block (BIB) variance components model. *Biometrics*, Richmond, 26:657-69, 1970.
- BUSH, N. & ANDERSON, R.L. A comparison of three different procedures for estimating variance components. *Technometrics*, Richmond, 5:421-40, 1963.
- COMSTOCK, R.E. & ROBINSON, H.F. The components of genetic variance in populations of biparental progenies and their use in estimating the average degree of dominance. *Biometrics*, Richmond, 4:254-66, 1948.

- COMSTOCK, R.E. & ROBINSON, H.F. Estimation of average dominance of genes. In: GOWEN, J.W. ed. **Heterosis**. Ames, Iowa State Univ. Press, 1952. p.494-516.
- CONOVER, W.J. **Practical nonparametric statistics**. 2. ed. New York, John Wiley & Sons, 1980. 493p.
- CORBELL, R.R. & SEARLE, S.R. Restricted maximum likelihood (REML) estimation of variance components in the mixed model. **Technometrics**, Richmond, **18**:31-8, 1976a.
- CORBEIL, R.R. & SEARLE, S.R. A comparison of variance component estimators. **Biometrics**, Richmond, **32**:779-91, 1976b.
- HALLAUER, A.R. & MIRANDA FILHO, J.B. **Quantitative Genetics in Maize Breeding**. Ames, Iowa State University Press, 1981. 468p.
- HARVILLE, D.A. Variances of variance-component estimators for the unbalanced 2-way cross classification with application to balanced incomplete block designs. **Ann. Math. Stat.**, Ann Arbor, **40**:408-16, 1969.
- HARVILLE, D.A. Maximum likelihood approaches to variance component estimation and to related problems. **J. Am. Stat. Assoc.**, Boston, **72**:320-40, 1977.
- HENDERSON, C.R. Estimation of variance and covariance components. **Biometrics**, Richmond, **9**:226-52, 1953.
- HERBACH, L.H. Properties of model II - type analysis of variance tests, a: optimum nature of the F-test for model II in the balanced case. **Ann. Math. Stat.**, Ann Arbor, **30**:939-59, 1959.
- HOCKING, R.R. & KUTNER, M.H. Some analytical and numerical comparisons of estimators for the mixed A.O.V. model. **Biometrics**, Richmond, **31**:19-27, 1975.
- KLOTZ, J.H.; MILTON, R.C.; ZACKS, S. Mean square efficiency of estimators of variance components. **J. Am. Stat. Assoc.**, Boston, **64**:1383-402, 1969.
- MOOD, A.M.; GRAYBILL, F.A.; BOES, D.C. **Introduction to the Theory of Statistics**. 3. ed. Tokyo, McGraw-Hill Kogakusha, 1974. 564p.
- RAO, C.R. Minimum variance quadratic unbiased estimation of variance components. **J. Multivar. Anal.**, New York, **1**:445-56, 1971.
- SEARLE, S.R. Another look at Henderson's methods of estimating variance components. **Biometrics**, Richmond, **24**:749-87, 1968.
- SEARLE, S.R. **Linear Models**. New York, John Wiley & Sons, 1971a. 532p.
- SEARLE, S.R. Topics in variance component estimation (invited paper). **Biometrics**, Richmond, **27**:1-76, 1971b.
- SERAPHIN, J.C. **Comparação numérica de três estimadores de componentes de variância em alguns modelos genético-estatísticos de cruzamentos**. Piracicaba, ESALQ/USP, 1984, 74p. Tese Mestrado.