

Modelagem da relação hipsométrica de um plantio misto de *Eucalyptus* spp. em Santa Catarina, Brasil

Eraldo Antonio Bonfatti Júnior¹

Elaine Cristina Lengowski²

RESUMO

Os modelos hipsométricos permitem estimar a altura total das árvores por meio da relação dessa variável com o diâmetro a 1,30 m do solo (diâmetro à altura do peito – DAP). O presente trabalho teve como objetivo avaliar a qualidade do ajuste em 18 modelos lineares da relação hipsométrica, para um povoamento misto de *Eucalyptus* spp. plantado em Canoinhas, SC. Os seguintes critérios de seleção foram utilizados: análise gráfica dos resíduos, erro de estimativa ($S_{yx}\%$), e coeficiente de determinação ajustado pelo índice de Schlaegel (R^2_{aj}). A multicolinearidade entre as variáveis independentes mostrou-se como problema para alguns modelos com mais de uma variável independente. Todos os modelos apresentaram estimativas de altura semelhantes quanto aos valores intermediários de DAP, contudo, alguns desses modelos divergiram nas classes diamétricas maiores. Os modelos Henriksen, Näslund, Petterson, Sanquetta, potência, Schumacher e Wykoff foram os mais adequados para a estimativa da altura total em função do DAP, pois combinaram os menores erros de estimativa com os maiores coeficientes de determinação ajustados. Desses sete modelos, não foi possível selecionar um único sequer, em razão da semelhança dos valores dos critérios de seleção. Apesar da fraca relação entre as variáveis estudadas, as alturas estimadas não se diferenciaram estatisticamente das alturas medidas.

Termos para indexação: ajuste, dendrometria, estatística, manejo florestal, regressão.

Hypsometric relationship modeling of a mixed eucalyptus plantation in Santa Catarina, Brazil

ABSTRACT

The hypsometric models allow of the estimation of the total height of trees through the relationship of this variable with the diameter at 1.30 m from the ground (diameter at breast height – DBH). The present work aimed to evaluate the quality of fit of 18 linear models of the hypsometric relationship for a mixed stand of *Eucalyptus* spp. planted in Canoinhas, SC. The following selection criteria were applied: the graphic analysis residuals; the estimation error ($S_{yx}\%$); and the determination coefficient adjusted by the Schlaegel's index (R^2_{aj}). The multicollinearity between the independent variables was a problem for some models with more than one independent variable. All models showed similar height estimates for the intermediate DBH values; however, some of these models diverged as to the larger diameter classes. The Henriksen, Näslund, Petterson, Sanquetta, power, Schumacher, and Wykoff models were the most suitable ones to estimate the total height as a function of DBH because they combined the fewest estimation errors with the highest adjusted coefficients of determination; from these seven models, it was not possible to select even one because of the similarity of the values of the selection criteria. Despite the weak relationship between the studied variables, the estimated heights did not differ statistically from the measured heights.

Index terms: adjustment, dendrometry, statistics, forest management, regression.

Ideias centrais

- Expansão da eucaliptocultura no sul do Brasil.
- As espécies *E. benthamii*, *E. dunnii* e *E. saligna* são resistentes à geadas.
- A correlação entre variáveis independentes de um modelo são indesejáveis.

Recebido em
06/10/2022

Aprovado em
10/11/2022

Publicado em
22/11/2022



This article is published in Open Access under the Creative Commons Attribution licence, which allows use, distribution, and reproduction in any medium, without restrictions, as long as the original work is correctly cited.

¹ Graduado em Engenharia Florestal, doutor em Engenharia Florestal, professor na Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR. E-mail: bonfattieraldo@gmail.com

² Graduada em Engenharia Industrial Madeireira, doutora em Engenharia Florestal, professora na Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT. E-mail: elainelengowski@gmail.com

INTRODUÇÃO

Nos estados da região Sul do Brasil, as condições edafoclimáticas são favoráveis para as plantações de *Pinus* spp., e o estado de Santa Catarina é o segundo maior detentor de maciços florestais desse gênero (IBA, 2021). No entanto, as plantações de espécies do gênero *Eucalyptus* spp., no Sul do Brasil, vêm aumentando e, entre 2009 e 2020, a área de florestas plantadas com *Eucalyptus* spp., em Santa Catarina, aumentou em mais de duas vezes, passando de 100.149 ha para 270.000 ha, o que representa mais de um terço de todas as florestas plantadas catarinenses (IBA, 2021).

A introdução de *Eucalyptus* spp. em Santa Catarina se deu por meio da exploração de espécies resistentes à geada, liderada principalmente por empresas do setor de celulose e papel. Porém, a madeira dessas espécies tem versatilidade de uso e pode servir para a produção de madeira serrada, energia e painéis de madeira (Oliveira & Pinto Júnior, 2021).

Na modelagem estatística, a análise de regressão é um conjunto de processos estatísticos para estimar as relações entre uma variável dependente e uma ou mais variáveis independentes; assim, a modelagem tem o objetivo de estimar valores de uma variável cuja medição demanda um grande esforço de tempo e/ou recursos (Freedman, 2009). A forma mais comum de análise de regressão é a linear, pela qual se busca uma linha que melhor se ajuste aos dados observados, de acordo com critérios estatísticos específicos como, por exemplo, o método dos mínimos quadrados que permite calcular a linha que minimiza a soma das diferenças quadradas entre os dados observados e os preditos (Montgomery et al., 2021).

Na ciência florestal, a análise de regressão tem sido comumente usada para estimar o volume do tronco das árvores em pé, além de outras variáveis dendrométricas como a altura das árvores (Moser & Oliveira, 2017). Em suma, análises de regressão são utilizadas para relacionar uma variável dendrométrica de difícil obtenção com variáveis que são de fácil obtenção (Carielo et al., 2016).

A relação hipsométrica é aquela entre o DAP e a altura de uma árvore. Essa relação é utilizada para prever a altura de árvores que tiveram apenas o DAP medido em campo. O seu uso permite que apenas algumas árvores tenham sua altura medida, o que possibilita agilizar os levantamentos e reduzir seus custos (Batista et al., 2014). Esta relação é comumente simbolizada por “h/d”, e fatores como espécie, posição sociológica, idade, tamanho de copa, densidade do povoamento, qualidade do sítio e práticas silviculturais. Em geral, podem afetar e influenciar o vínculo das variáveis (Machado et al., 2008).

Há diversos modelos matemáticos para ajustes da curva h/d (Caldeira et al., 2002) e, para se chegar a um que descreva a relação hipsométrica de uma árvore ou população qualquer, deve-se testar vários deles e selecionar aquele de melhor ajuste segundo os critérios de seleção adotados (Batista et al., 2014).

Este trabalho teve como objetivo testar e selecionar os melhores modelos lineares de relação hipsométrica, para um plantio misto de *Eucalyptus* spp. no estado de Santa Catarina.

MATERIAL E MÉTODOS

O estudo foi realizado no distrito rural de Marcílio Dias, do município de Canoinhas, SC, Brasil. O plantio está localizado a 26°07'37" S e 050°23'41" W e à altitude aproximada de 839 m (Datum: Sirgas2000). O clima local, de acordo com a classificação de Köppen-Geiger, é do tipo Cfb, sem estação seca, com verões frescos e geadas frequentes no inverno (Alvares et al., 2013).

O povoamento florestal estudado consiste de um plantio experimental misto de 10 linhas, com 25 árvores plantadas em cada linha, em espaçamento de 3 x 3 m, implantado em 2011, conforme a seguir: na primeira e na segunda linhas, está plantada a espécie de *E. benthamii*; na terceira, quarta,

quinta e sexta linhas, estão plantas da espécie *E. dunnii*; na sétima e na oitava linhas está a espécie *E. saligna*, e na nona e décima linhas, está a espécie *E. cloesiana*. As espécies *E. benthamii*, *E. dunnii* e *E. saligna* apresentam aptidão para a cidade de Canoinhas, pois são tolerantes à geada (Flores et al., 2016; Bonfatti Júnior & Lengowski, 2017), e a espécie *E. cloesiana* não tem crescimento satisfatório no município (Bonfatti Júnior & Lengowski, 2017).

Na coleta de dados de todas as árvores vivas, o diâmetro do fuste a 1,30 m DAP foi medido com auxílio de fita métrica, e a altura total (H), com hipsômetro de Häglof, tendo-se formado uma base de dados de 228 observações. Esse levantamento aconteceu em 2017, quando o plantio completou seis anos de idade.

Para ilustrar a distribuição dos valores de DAP do plantio, construiu-se um histograma, e o número de classes e sua amplitude foram calculados de acordo com a regra de Sturges (1926). A análise da variabilidade dos dados de DAP e altura total foi realizada por meio dos parâmetros estatísticos de dispersão máxima, mínima, média, desvio-padrão e coeficiente de variação.

No presente trabalho, testaram-se dezoito modelos lineares de relação hipsométrica amplamente utilizados na mensuração florestal brasileira. Os modelos de 1 a 11 são aritméticos, e os modelos de 12 a 18 são logarítmicos.

Tabela 1. Modelos hipsométricos testados.

n.º	Nome	Modelo	Referência
1	Assmann	$H = \beta_0 + \beta_1(1/DAP^2) + \varepsilon_i$	Assmann (1970)
2	Azevedo I	$H = \beta_0 + \beta_1 DAP^2 + \varepsilon_i$	Azevedo et al. (1999)
3	Henriksen	$H = \beta_0 + \beta_1 \ln(DAP) + \varepsilon_i$	Henriksen (1950)
4	Inverso	$(1/H) = \beta_0 + \beta_1(1/DAP) + \varepsilon_i$	-
5	Linear	$H = \beta_0 + \beta_1 DAP + \varepsilon_i$	-
6	Näslund	$DAP/\sqrt{H} = \beta_0 + \beta_1 DAP + \varepsilon_i$	Näslund (1936)
7	Petterson	$\sqrt{(1/H)} = \beta_0 + \beta_1(1/DAP) + \varepsilon_i$	Curtis (1967)
8	Prodan I	$DAP^2/H = \beta_0 + \beta_1 DAP + \beta_2 DAP^2 + \varepsilon_i$	Prodan (1968)
9	Prodan II	$DAP^2/(H-1,3) = \beta_0 + \beta_1 DAP + \beta_2 DAP^2 + \varepsilon_i$	Prodan (1968)
10	Sanquetta	$H = \beta_0 + \beta_1(1/DAP) + \beta_2 DAP + \varepsilon_i$	Sanquetta et al. (2013)
11	Trorey	$H = \beta_0 + \beta_1 DAP + \beta_2 DAP^2 + \varepsilon_i$	Trorey (1932)
12	Azevedo II	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 DAP^2 + \varepsilon_i$	Azevedo et al. (1999)
13	Curtis	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \ln(DAP/(1+DAP)) + \varepsilon_i$	Curtis (1967)
14	Potência	$\ln(1/H) = \beta_0 + \beta_1 \ln(DAP/(1+DAP)) + \varepsilon_i$	-
15	Schumacher	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1(1/DAP) + \varepsilon_i$	Schumacher (1939)
16	Silva	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \ln(DAP) + \beta_2(1/DAP^2) + \varepsilon_i$	Silva (1980)
17	Stoffels	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \ln(DAP) + \varepsilon_i$	Stoffels & Van Soest (1953)
18	Wykoff	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1(1/(1+DAP)) + \varepsilon_i$	Wykoff et al. (1982)

N.º, número do modelo; H, altura total da árvore (m); DAP, diâmetro do fuste a 1,30 do solo (m); Ln, logaritmo neperiano; β_0 , β_1 e β_2 , coeficientes da regressão; e ε_i , erro aleatório.

Primeiramente, calculou-se o coeficiente de correlação de Pearson entre as variáveis dependentes e independentes, bem como entre as variáveis independentes dos modelos selecionados, com o objetivo de avaliar a associação entre as variáveis e a ocorrência de multicolinearidade.

O ajuste dos modelos de relação hipsométrica foi realizado pelo método dos mínimos quadrados (MMQ) com o algoritmo clássico Gauss-Newton. Nos modelos logarítmicos, utilizou-se o fator de correção de Meyer (FCM) para corrigir as estimativas. Em razão da transformação matemática, ao efetuar-se a operação inversa para obter a variável de interesse, ocorre discrepância entre os valores, que é corrigida pela multiplicação da altura estimada pelo FCM (Machado et al., 2008).

em que: FCM é o fator de correção de Meyer; $e = 2,718282$; QMR é o quadrado médio do resíduo.

Os critérios de seleção dos melhores ajustes foram os seguintes: análise gráfica dos resíduos; erro-padrão da estimativa (S_{yx} %); e coeficiente de determinação, ajustado pelo índice de Schlaegel (R^2_{aj}).

Aplicou-se o teste t de Student ($\alpha=0,05$), para verificar a existência de diferenças significativas entre as alturas estimadas e as alturas observadas. Todos os ajustes e as análises estatísticas foram realizados no ambiente R (R Core Team, 2022).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para o cálculo de Sturges, os valores de DAP estão distribuídos em 9 classes diamétricas, e a mais representativa é a classe de 14,90 a 16,90 com 63 árvores (Figura 1).

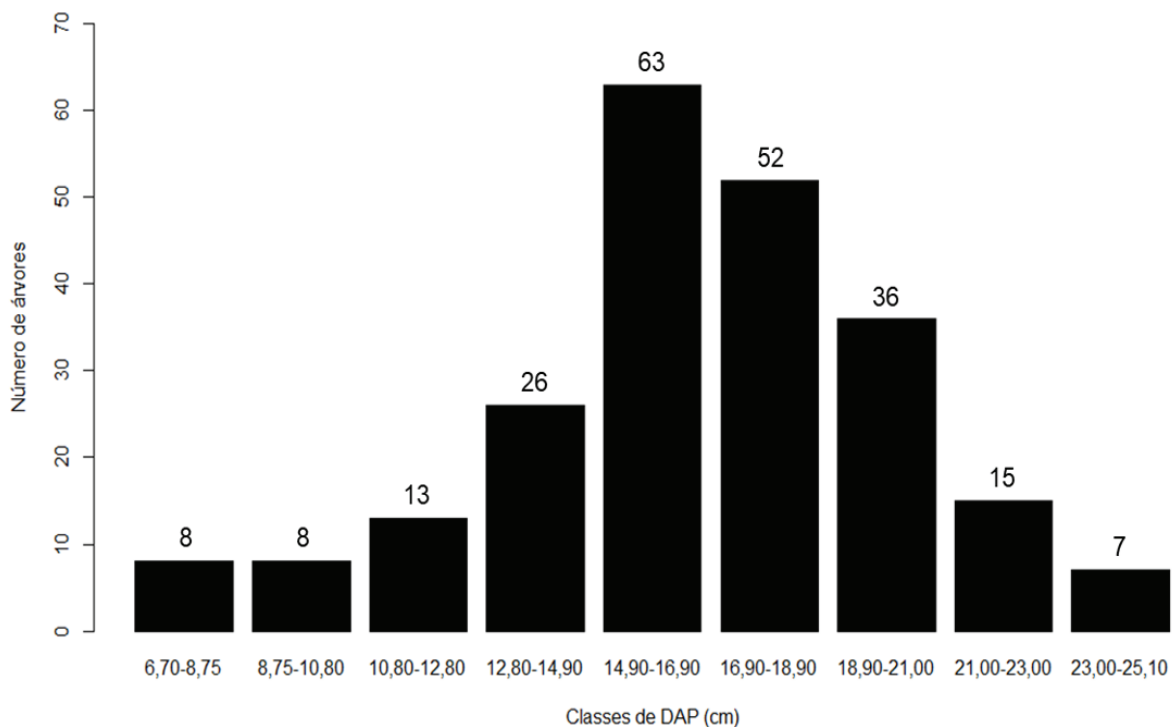


Figura 1. Distribuição dos dados de DAP em nove classes.

A variável DAP apresenta maior variabilidade com o coeficiente de variação de 21,59% do que a variável altura total com o coeficiente de variação de 19,37% (Tabela 2). Esse tipo de comportamento é encontrado tanto em florestas nativas quanto em florestas plantadas e indica que árvores com valores diferentes de DAP podem apresentar alturas similares (Barros et al., 2002). Para ambas as variáveis estudadas, os coeficientes de variações foram superiores a 10%, o que é indicativo alta variabilidade dos dados e implica a diminuição da correlação entre elas (Prodan, 1968).

Tabela 2. Características de dispersão dos dados de DAP e altura total das árvores.

Parâmetro	DAP (cm)	H (m)
Máximo	25,06	21,59
Mínimo	6,71	27,20
Média	16,59	20,58
Desvio-padrão	3,58	3,99
CV (%)	21,59	19,37

CV(%): coeficiente de variação, em porcentagem.

Correlações significativas foram encontradas entre as variáveis dependentes e as variáveis independentes e entre as variáveis independentes a 5% de probabilidade ($\alpha=0,05$) (Tabela 3). Nenhuma transformação da variável DAP promoveu melhora na relação entre ela e a variável altura total, contudo, algumas transformações da altura total foram efetivas, são elas: a variável dependente DAP/\sqrt{H} e a variável DAP presentes no modelo Näslund (6); a relação entre a variável independente DAP^2/H e as variáveis independentes DAP e DAP^2 , presentes no modelo Prodan I (8); e a relação entre a variável independente $DAP^2/(H-1,3)$ e as variáveis independentes DAP e DAP^2 , presentes no modelo Prodan II (9).

Tabela 3. Correlação entre variáveis dependentes e independentes e entre as variáveis independentes dos modelos de relação hipsométrica testados.

	DAP	DAP^2	$\ln(DAP)$	$1/DAP$	$1/DAP^2$	$\ln(1+DAP)$	$1/(1+DAP)$	$\ln(1/(1+DAP))$
H	0,75	0,71	0,77	-0,75	-0,71	-	-	-
$\ln(H)$	-	0,7	0,78	-0,78	-0,75	-0,78	-0,78	-
$1/H$	-	-	-	0,78	-	-	-	-
DAP/\sqrt{H}	0,91	-	-	-	-	-	-	-
$\sqrt{1/H}$	-	-	-	0,78	-	-	-	-
DAP^2/H	0,89	0,90	-	-	-	-	-	-
$DAP^2/(H-1,3)$	0,87	0,88	-	-	-	-	-	-
$\ln(1/H)$	-	-	-	-	-	-	-	-0,78
DAP	-	0,99	-	-0,93	-	-	-	-
$\ln(DAP)$	-	-	-	-	-0,93	-	-	-

H: altura total da árvore (m). DAP: diâmetro do fuste a 1,30 do solo (m); Ln, logaritmo neperiano; (-): indica ausência de correlação significativa.

Observaram-se, também, correlações altas entre as variáveis independentes presentes nos modelos, conforme a seguir: DAP e DAP^2 , nos modelos Prodan I, Prodan II e Trorey (8, 9, 11); DAP e $1/DAP$, presentes no modelo Sanquetta (10); e $\ln(DAP)$ e $1/DAP^2$, presentes no modelo Silva (16). Altas correlações entre as variáveis independentes do mesmo modelo não são desejáveis, pois isso pode provocar a não significância na estimativa dos coeficientes das equações ajustadas, em razão da multicolinearidade das variáveis (Souza et al., 2017; Montgomery et al., 2021).

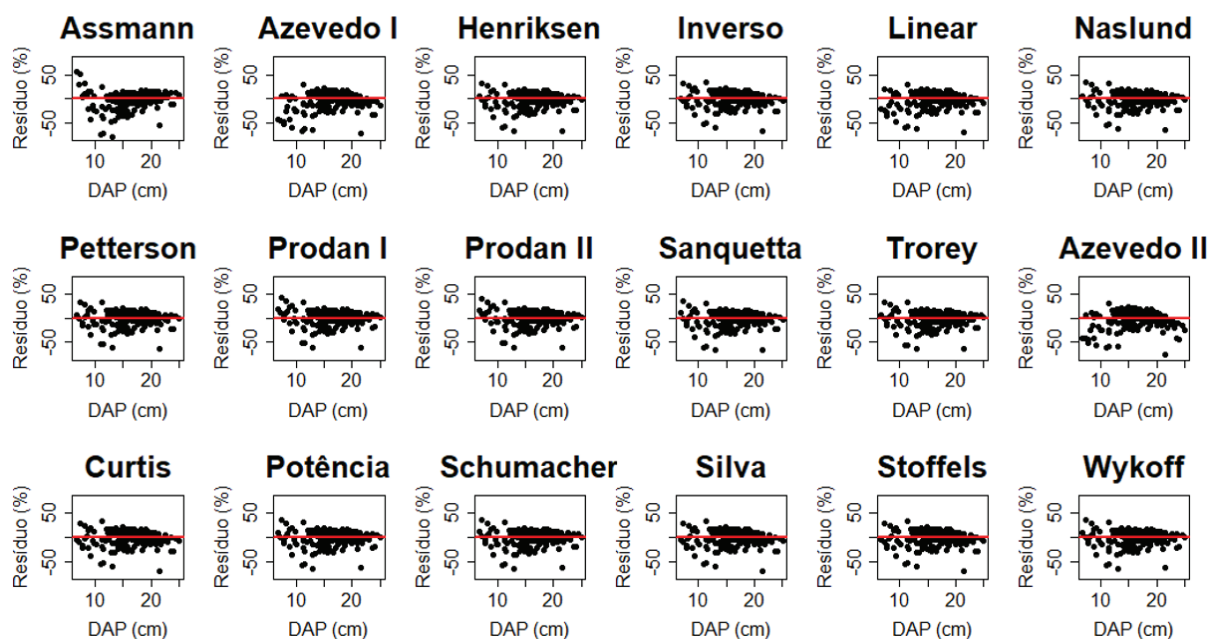
Ao analisar a significância dos coeficientes (Tabela 4), foi possível perceber o efeito da multicolinearidade nos modelos Prodan I, Prodan II e Silva (8, 9 e 16). Nos dois primeiros modelos, a variável independente DAP^2 não foi significativa ($p\text{-value} > 0,05$) e, no último, a variável independente que não apresentou significância foi a $1/DAP^2$ ($p\text{-value} > 0,05$). O modelo Trorey (n.º 11), não teve β_0 significativo ($p\text{-value} > 0,05$), enquanto o modelo Sanquetta (n.º 10), apesar da alta correlação entre as variáveis independentes, não sofreu efeito da multicolinearidade ($p\text{-value} < 0,05$).

Tabela 4. Coeficientes estimados dos modelos hipsométricos ajustados.

n.º	Modelo	β_0	β_1	β_2
1	Assmann	24,5860 (p=2e-16)	-903,3065 (p=2e-16)	-
2	Azevedo I	13,4185 (p=2e-16)	0,0249 (p=2e-16)	-
3	Henriksen	-14,3955 (p=2e-12)	12,5724 (p=2e-16)	-
4	Inverso	0,0145 (p=6e-12)	0,5718 (p=2e-16)	-
5	Linear	6,6369 (p=4.62e-14)	0,8404 (p=2e-16)	-
6	Näslund	1,1616 (p=2e-16)	0,1500 (p=2e-16)	-
7	Petterson	0,1508 (p=2e-16)	1,1499 (p=2e-16)	-
8	Prodan I	3,7980 (p=0,0271)	0,0230 (p=0,9155)	0,0330 (p=1,95e-16)
9	Prodan II	4,8844 (p=0,0145)	-0,0322 (p=0,8981)	0,0330 (p=8,51e-6)
10	Sanquetta	18,8020 (p=1,51e-6)	-84,3562 (p=0,0012)	0,4325 (p=0,0014)
11	Trorey	-2,4109 (p=0,298)	2,0464 (p=3,07e-11)	-0,0380 (p=4,27e-5)
12	Azevedo II	2,609e+0 (p=2e-16)	1,365e-03 (p=2e-16)	-
13	Curtis	1,0172 (p=2e-16)	-0,7134 (p=2e-16)	-
14	Potência	7,3663 (p=2e-16)	-11,0283 (p=2e-16)	-
15	Schumacher	3,6021 (p=2e-16)	-9,3806 (p=2e-16)	-
16	Silva	1,4029 (p=3,62e-5)	0,5910 (p=9,45e-9)	-10,1813 (p=0,222)
17	Stoffels	1,0172 (p=2e-16)	0,1069 (p=2e-16)	-
18	Wykoff	3,6620 (p=2e-16)	-11,0283 (p=2e-16)	-

β_0 , β_1 e β_2 são os coeficientes da regressão; p, p-value representa a significância do teste t para cada coeficiente da regressão, a 5% de probabilidade.

Quando um modelo é bem ajustado, os resíduos ficam dispersos aleatoriamente em torno da linha de zero, o que indica variância constante (Freedman, 2009) e ausência de heterocedasticidade. Pelas distribuições dos resíduos (Figura 2), os modelos podem subestimar ou superestimar as alturas nas classes de DAP menores, porém, os modelos Azevedo I e Azevedo II (2 e 12, respectivamente) tendem a subestimar mais do que a superestimar as alturas, e o modelo Assmann (1) é o que mais as superestima. Nas classes de DAP intermediárias as distribuições dos resíduos dos 18 modelos ajustados foram muito semelhantes, enquanto nas classes de DAP maiores os modelos Azevedo I, Inverso, Linear, Azevedo II, Curtis, Silva e Stoffels (2, 4, 5, 12, 13, 16 e 18, respectivamente) subestimaram as alturas.

**Figura 2.** Distribuição de resíduos dos modelos ajustados em função do DAP.

Em geral, os modelos de regressão da relação hipsométrica testados produziram resíduos elevados e com grande dispersão. Para o povoamento estudado, os resíduos da estimativa da altura atingiram valor máximo de 55,61% e mínimo de -78,29%, ambos encontrados no ajuste do modelo de Assmann (1).

Os resultados referentes aos ajustes dos 18 modelos de relação hipsométrica para o povoamento misto de eucalipto estão mostrados a seguir (Tabela 5).

Tabela 5. Parâmetros estatísticos dos modelos de relação hipsométrica ajustados.

n.º	Modelo	S_{yx} %	R^2_{aj}
1	Assmann	13,63	0,51
2	Azevedo I	13,54	0,51
3	Henriksen	12,38	0,59
4	Inverso	12,61	0,58
5	Linear	12,74	0,59
6	Näslund	12,42	0,59
7	Petterson	12,43	0,59
8	Prodan I	12,47	0,59
9	Prodan II	12,58	0,59
10	Sanquetta	12,44	0,59
11	Trorey	12,29	0,60
12	Azevedo II	14,58	0,44
13	Curtis	12,62	0,57
14	Potência	12,35	0,59
15	Schumacher	12,37	0,59
16	Silva	12,50	0,58
17	Stoffels	12,62	0,57
18	Wykoff	12,35	0,59

S_{yx} %: erro-padrão da estimativa. R^2_{aj} : coeficiente de determinação ajustado.

O erro-padrão da estimativa (S_{yx} %) somado à análise gráfica da dispersão dos resíduos constitui o mais importante meio de seleção de um modelo (Mora, 2015; Nicoletti et al., 2016); nesse sentido, os modelos Assmann, Azevedo I e Azevedo II (1, 2 e 12, respectivamente), que apresentaram variabilidade na estimativa da altura, também apresentaram os maiores erros de estimativa (S_{yx} %) e, portanto, podem ser descartados para o povoamento florestal em questão. O coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}) considera os modelos com maiores valores como os que melhores se ajustam (Nicoletti et al., 2016) e, eliminando-se os três modelos já descartados, os que sobraram apresentaram valores desses parâmetros estatísticos muito próximos, portanto, não foi possível selecionar um único modelo com qualidade de ajuste satisfatória.

Considerando-se a multicolinearidade entre as variáveis independentes, a análise gráfica da dispersão dos resíduos, o erro-padrão da estimativa (S_{yx} %) e o coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}), pode-se afirmar que os melhores modelos para descrever a relação hipsométrica deste povoamento são os de Henriksen, Näslund, Petterson, Sanquetta, Potência, Schumacher e Wykoff (3, 6, 7, 10, 14, 15 e 18, respectivamente).

Apesar da seleção desses 7 modelos e da menor qualidade de ajuste dos outros 11, nenhuma predição apresentou diferença estatisticamente significativa com os valores de altura observados (p -value > 0,05), pelo teste t de Student, a 5% de probabilidade.

CONCLUSÕES

A relação biológica entre as variáveis dendrométricas para o plantio estudado não é forte, e a multicolinearidade entre as variáveis independentes dos modelos Prodan I, Prodan II, Silva e Trorey fizeram com que algumas delas perdessem significância.

Os 18 modelos estudados apresentam comportamentos semelhantes, porém, os modelos de Azevedo I, Inverso, Linear, Azevedo II, Curtis, Silva e Stoffels foram os mais imprecisos nas classes extremas de DAP, e os modelos de Assmann, Azevedo I e Azevedo II apresentaram os maiores erros de estimativa (S_{yx}^2 %).

Não foi possível eleger um único melhor modelo, em razão da semelhança dos resultados dos critérios de seleção, em que os modelos Henriksen, Näslund, Petterson, Sanquetta, Potência, Schumacher e Wykoff são os de melhor qualidade de ajuste.

Apesar da baixa qualidade de ajuste dos modelos, nenhum deles produziu alturas estimadas significativamente diferentes das medidas.

REFERÊNCIAS

- ALVARES, C.A.; STAPE, J.L.; SENTELHAS, P.C.; GONÇALVES, J.L. de M.; SPAROVEK, G. Köppen's climate classification map for Brazil. *Meteorologische Zeitschrift*, v.22, p.711-718, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1127/0941-2948/2013/0507>.
- ASSMANN, E. **The principles of forest yield study**: studies in the organic production, structure, increment and yield of forest stands. Oxford: Pergamon Press, 1970. 506p. DOI: <https://doi.org/10.1016/C2013-0-01587-3>.
- AZEVEDO, C.P. de; MUROYA, K.; GARCIA, L.C.; LIMA, R.M.B. de; MOURA, J.B. de; NEVES, E.J.M. Relação hipsométrica para quatro espécies florestais em plantio homogêneo e em diferentes idades na Amazônia Ocidental. *Boletim de Pesquisa Florestal*, n.39, p.5-29, 1999.
- BARROS, D.A. de; MACHADO, S.A.; ACERBI JÚNIOR, F.W.; SCOLFORO, J.R.S. Comportamento de modelos hipsométricos tradicionais e genéricos para plantações de *Pinus oocarpa* em diferentes tratamentos. *Boletim de Pesquisas Florestais*, n.45, p.3-28, 2002.
- BATISTA, J.L.F.; COUTO, H.T.Z. do; SILVA FILHO, D.F. da. **Quantificação de recursos florestais**: árvores, arvoredos e florestas. São Paulo: Oficina de textos, 2014. 384p.
- BONFATTI JÚNIOR, E.A.; LENGOWSKI, E.A. Crescimento e sobrevivência de quatro espécies de *Eucalyptus* spp. em Canoinhas – SC (Nota Científica). *Revista do Instituto Florestal*, v.29, p.121-127, 2017. DOI: <https://doi.org/10.24278/2178-5031.201729107>.
- CALDEIRA, M.V.W.; SCHUMACHER, M.V.; SCHEEREN, L.W.; BARICHELLO, L.R.; WATZLAWICK, L.F. Relação hipsométrica para *Acacia mearnsii* com diferentes idades. *Boletim de Pesquisa Florestal*, n.45, p.57-68, 2002.
- CARIELO, P.; FERREIRA, R. de A.; DALPONTE FILHO, J.L.; SILVA, G.B. da; SILVA, L.P.L. da; SERAFIM, T. Estimativa do DAP em função do diâmetro do toco para plantios de *Eucalyptus urograndis* implantados em diferentes espaçamentos. *Colloquium Agrariae*, v.12, p.100-105, 2016. Número especial. DOI: <https://doi.org/10.5747/ca.2016.v12.nesp.000178>.
- CURTIS, R.O. Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth Douglas-Fir. *Forest Science*, v.13, p.365-375, 1967.
- FLORES, T.B.; ALVARES, C.A.; SOUZA, V.C.; STAPE, J.L. **Eucalyptus no Brasil**: zoneamento climático e guia para identificação. Piracicaba: IPEF, 2016. 447p.
- FREEDMAN, D.A. **Statistical models**: theory and practice. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2009. 704p. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511815867>.
- HENRIKSEN, H.A. Height/diameter curve with logarithmic diameter: brief report on a more reliable method of height determination from height curves, introduced by the State Forest Research Branch. *Dansk Skovforeningens Tidsskrift*, v.35, p.193-202, 1950.
- IBÁ. Indústria Brasileira de Árvores. **Relatório Anual 2021**. Brasília, 2021. 93p.
- MACHADO, S. do A.; NASCIMENTO, R.G.M.; AUGUSTYNCZIK, A.L.D.; SILVA, L.C.R. da; FIGURA, M.A.; PEREIRA, E.M.; TÊO, S.J. Comportamento da relação hipsométrica de *Araucaria angustifolia* no capão da Engenharia Florestal da UFPR. *Pesquisa Florestal Brasileira*, v.56, p.5-16, 2008.
- MONTGOMERY, D.C.; PECK, E.A.; VINING, G.G. **Introduction to linear regression analysis**. 6th ed. Hoboken: Wiley, 2021. 645p.

- MORA, R. **Funções de afilamento de forma variável e modelagem de efeitos mistos em fustes de *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna***. 2015. 275p. (Doutorado) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- MOSER, P.; OLIVEIRA, L.Z. **Regressão linear aplicada à dendrometria: uma introdução e iniciação à linguagem R**. Blumenau: EDIFURB, 2017. 152p.
- NÄSLUND, M. **Skogsförsöksanstaltens gallringsförsök i tallskog**. Stockholm: Statens skogsförsöksanstalt, 1936. 169p.
- NICOLETTI, M.F.; SOUZA, K.; SILVESTRE, R.; FRANÇA, M.C.; ROLIM, F.A. Relação hipsométrica para *Pinus taeda* L. em diferentes fases do ciclo de corte. **Floresta e Ambiente**, v.23, p.80-89, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1590/2179-8087.051513>.
- OLIVEIRA, E.B. de; PINTO JÚNIOR, J.E. (Ed.). **O eucalipto e a Embrapa: quatro décadas de pesquisa e desenvolvimento**. Brasília: Embrapa, 2021. 1160p.
- PRODAN, M. **Forest biometrics**. Oxford: Pergamon Press, 1968. 447p.
- R CORE TEAM. **R: a language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2022. Disponível em: <<https://www.r-project.org/>>. Acesso em: 6 out. 2022.
- SANQUETTA, C.R.; CORTE, A.P.D.; ROGLIN, A.; PIMENTEL, A. Relações diâmetro-altura para espécies lenhosas em um fragmento de floresta Ombrófila Mista no Sul do Paraná. **Heringia**, v.68, p.103-114, 2013.
- SCHUMACHER, F.X. A new growth curve and its application to timber yield studies. **Journal of Forestry**, v.37, p.819-820, 1939.
- SILVA, J.N.M. **Relação hipsométricas de espécies da Floresta Nacional do Tapajós**. Belém: EMBRAPA-CPATU, 1980. 2p. (Embrapa-CPATU. Pesquisa em andamento, 36).
- SOUZA, A.S. de; SANTOS, J.X. dos; SOUZA, D.V. Modelagem da relação hipsométrica para um povoamento híbrido de eucalipto na Amazônia brasileira. **Biofix Scientific Journal**, v.2, p.44-53, 2017. DOI: <https://doi.org/10.5380/biofix.v2i1.51395>.
- STOFFELS, A.; van SOEST, J. The main problems in sample plots. **Nederlandsch Bosch Bouwtijdschrift**, v.25, p.190-199, 1953.
- STURGES, H.A. The choice of a class interval. **Journal of the American Statistical Association**, v.21, p.65-66, 1926. DOI: <https://doi.org/10.1080/01621459.1926.10502161>.
- TROREY, L.G. A mathematical method for the construction of diameter height curves based on site. **The Forestry Chronicle**, v.8, p.121-132, 1932. DOI: <https://doi.org/10.5558/tfc8121-2>.
- WYKOFF, W.R.; CROOKSTON, N.L.; STAGE, A.R. **User's guide to the stand prognosis model**. Fort Collins: U.S. Forest Service, 1982. 112p. (General Technical Report INT-133).
-